

R.T.

Aa opgaven 2

Nadruk verboden.

10. Bereken voor $a = 6$, $b = 9$, $c = 10$ en $d = 3\frac{1}{2}$ de waarde van:

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^3 + \frac{1}{3}b - \frac{7c}{d}.$$

11. Herleid de volgende vormen

$$4a - 3a + 6a - 5a - 7b + 3b - 5c + 3c. \quad \text{antwoord: } 2a - 4b - 2c.$$

$$\text{Eveneens: } 3x - 2y - 7z + 3y - 4z + 2x. \quad \text{antwoord: } 5x + y - 11z.$$

12.
$$\begin{aligned} & 5a^2b - 2ab^2 + 7b^3 \\ & 6a^2b - 4ab^2 - 4b^3 \\ & 2a^2b + 5ab^2 - 6b^3 \\ & \underline{-3a^2b - 9ab^2 - 7b^3} + \end{aligned} \quad \text{antwoord: } 10a^2b - 10ab^2 - 10b^3$$

13.
$$\begin{aligned} & a + \frac{3}{4}b + \frac{1}{3}c \\ & \underline{\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{6}c} - \end{aligned} \quad \text{antwoord: } \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{6}c$$

14. Wat moet bij $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$ opgeteld worden om tot som $2a^3 + 3a^2b + 2ab^2 + 3b^3$ te krijgen?

$$\text{antwoord: } a^3 + 2a^2b + ab^2 + 2b^3.$$

15. Schrijf zonder haakjes en herleid daarna de uitkomst van de vorm $14x - y - [2x - (y + z)] - [3x - (5x - y)]$

$$\begin{aligned} & \text{oplossing: } 14x - y - [2x - y - z] - [3x - 5x + y] = \\ & = 14x - y - 2x + y + z - 3x + 5x - y = \\ & = 14x - y + z. \end{aligned}$$

16. Maak de volgende optellingen:

$$\begin{array}{r} p + 4q + 2r \\ 3p + 5q + 7r \\ \hline 4p + 2q + 12r + \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x^2 - 4xy + 2yz \\ 2x^2 + 6xy - 4yz \\ \hline -5x^2 - 2xy + 2yz + \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{2}a^2 + \frac{2}{3}b^2 \\ \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{6}b^2 \\ \hline \frac{1}{8}a^2 + \frac{1}{9}b^2 + \end{array}$$

17. Bepaal de uitkomst van de volgende vormen:

$$\begin{aligned} & 2a + 3b - 4c + 2d - 4a + 6b - 5c + 7d + 6a - 5b + 9c - 14d = \\ & a^2 + 2ab + b^2 + 3a^2 + 4ab + 2b^2 + a^2 + 2ab + 5a^2 + 3b^2 = \\ & x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8} + x^2 + \frac{3}{4} = \\ & x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{2}{5}x^2 + 2x^3 + \frac{1}{16}x + \frac{4}{5}x + 2\frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{4}x + 1 = \end{aligned}$$

18. Idem van de volgende vormen:

$$\begin{aligned} & 1 + 4x^2 - (x + 2) - (2x^2 + 2x - 5) = \\ & 30 - (-2 + a) - 3a - 2 + (4a + 5) = \\ & 5x + y + [3z + (4x - y)] + [2x - (y - z)] = \end{aligned}$$



- 19 Verminder de som van $2a + 3b - c$ en $10b - 9c$ met het verschil van $6a - b$ en $5a - 2c$.
- 20 Vul in de vorm $\frac{8y}{3a} - \frac{b^2}{y+z} - \frac{a+x-y+3z}{15(x-y)}$ in. $x = 4$, $y = 3$, $z = 2$, $a = 5$, $b = 1$ en bereken daarna de uitkomst.
21. Bepaal de waarde van: $(2x + y) - (2z + 3y) - (z - 3x)$ als: $x = 3a + b$; $y = a - 2b$ en $z = 2a + 3b$.
22. Bepaal het verschil van de volgende veeltermen:
- $$\begin{array}{r} 4a^2 - 3ab + 7b^2 \\ 7a^2 - 6ab + 2b^2 - \end{array} \quad \begin{array}{r} 4a^2b - 6ab^3 + 5ab^2 \\ -6a^2b + 4ab^3 - 9ab^2 - \end{array}$$
23. Bereken de volgende producten:
- $$\begin{array}{lll} 2x^2yz \cdot -3xy^3z^4 & -7a^3bc^2 \cdot -2abc^3 & -3p^2q^2r^2 \cdot 5p^5q^2s^4 \\ \text{(antw: } -6x^3y^4z^5\text{)} & \text{(antw: } +14a^4b^2c^5\text{)} & \text{(antw: } -15p^7q^4s^4\text{)} \end{array}$$
24. Herleid de volgende vormen:
- $$\begin{array}{ll} 3a(5a - 2b) - 5a(2a - 3b); & -2c(3p - 5q) - 4p(3c - 5). \\ \text{(antw: } 5a^2 + 9ab\text{)} & \text{(antw: } -18pc + 10qc + 20p\text{)} \end{array}$$
25. Verdrijf de haakjes en herleid de vorm:
- $$\begin{array}{ll} 2[24a + 6a\{a^2 - 3 \cdot (a - 5) + 4\} - 4a^2(-3a + 5)] & \text{(antw: } 36a^3 - 76a^2 + 288a\text{)} \\ 2a^2 - b(3a + b) - \{a^2 - b(4a - b)\} + 2b^2 - a(a + b) & \text{(antw: } 0\text{)} \end{array}$$
26. Bereken het product van de volgende vormen:
- $$\begin{array}{ll} (3x + 5y - 2z)(3x - 5y + 2z) & \text{(antw: } 9x^2 - 25y^2 + 20yz - 4z^2\text{)} \\ (-5a^2 - 3a + 4)(2a^2 + 4a - 3) & \text{(antw: } -10a^4 - 26a^3 + 11a^2 + 25a - 12\text{)} \end{array}$$
27. Bereken de volgende producten:
- $$\begin{array}{ll} -4a^3bc^2 \cdot -2ab^3c^2 & -2x^2y(x + y)^3 \cdot 4xy^3(x + y)^2 \\ 8\frac{1}{3}a^3b^2c^5 \cdot 1\frac{4}{5}a^5b^6c & 5a(x + y)^2 \cdot 6b^2c(x + y)^5 \end{array}$$
28. Idem:
- $$\begin{array}{l} -(a + b)^2 (a - b)^4 \cdot (a - b)^5 (a + b)^4 \\ -3a^2bc^2(a + b - c)^2 (a - b + c)^3 \cdot -2ab^3c(a + b - c)^7 (a - b + c)^8 \\ 9ax(a - b)^2 \cdot 3by(a + b)^3 \end{array}$$
29. Verdrijf de haakjes en herleid:
- $$\begin{array}{l} x(x + 5) + 7 + x(x - 3) - 2x(x - 3) \\ x\{x(x - 3) + 5\} - 9x - 3\{x - 2(x - 3) + 5\} \\ 2\{x^2 - 3x(2 - x) + 7\} + 5x\{x - 4(x - 7) - 8\} \end{array}$$

R.T.

Aa opgaven 4

Nadruk verboden.

30. Bepaal de volgende producten:

$$\begin{array}{lll} (2a + 5)(3a - 6) & (4x - 3)(5x + 2) & (-3x + 5)(-2x + 6) \\ (2p + 3q)(4p - 7q) & (3a - 2b)(2a - 3b) & (2a + 4b)(2a - 4b) \\ (3xy - 4pq)(5xy + 7pq) & (3xy - 4pq)(3xy + 4pq) & (7ab - 2bc)(2ab - 7bc) \end{array}$$

31. Idem:

$$(2x^2 - 3x + 5)(x^2 - 3x - 2)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)(a - b)$$

32. Idem:

$$\begin{array}{l} (x + y)(x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5) \\ (a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^4 - a^2b^2 + b^4) \end{array}$$

33. Herleid tot machten van $(a - b)$

$$(a - b)^3 (b - a)^2 (b - a)^5 (b - a)^3 (b - a)^4 (b - a)^2 \quad (\text{antw: } (a - b)^{19})$$

34. Idem:

$$\begin{array}{ll} \{(b - a)^2\}^3 \cdot \{(a - b)^3\}^4 & (\text{antw: } (a - b)^{18}) \\ \{(a - b)^3\}^4 \cdot \{(b - a)^3\}^5 & (\text{antw: } -(a - b)^{27}) \end{array}$$

35. Bereken: $(a - b)^4$ (antw: $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$)

36. Schrijf zonder haakjes (coëfficiënten ook met exponenten schrijven).

$$\begin{array}{llll} (a^2b^5)^3 & (-3ab^2)^4 & (-3ab^2)^5 & \{-(-3a^2b^2)^2\}^3 \\ \{-(-3a^2b)^3\}^2 & \{-(-3a^2b^2)^4\}^4 & & \{-(-3a^2b^2)^3\}^3 \end{array}$$

37. Schrijf als machten van $(a - b)$:

$$(b - a)^2 \cdot (a - b) \cdot (a - b)^3 \cdot (b - a)^7 \cdot (a - b)^6 \cdot (b - a)^5$$

38. Bereken: $27 : -9$ $-18 : 4$ $-15 : -5$ $-36 : +28$

39. Bereken: $(p + 2q)^3$ en $(2p - q)^3$ en trek daarna beide uitkomsten van elkaar af.

40. Bepaal de waarde van:

$$\begin{array}{lll} a^m \cdot a^2 & (a^{m+2})^n & (a^{p+q})^6 \cdot (a^{p-q})^6 \\ a^{m-2} \cdot a^4 & (a^{p-q})^6 & (a^{3p})^2 \cdot (a^4q)^5 \cdot (a^{p-q})^3 \\ a^{2m-3} \cdot a^{3m+5} & (a^{3p-5})^2 & (a^{2p-3q+5})^3 \cdot (a^{3p+4q-2})^2 \end{array}$$

41. Bepaal de volgende quotiënten.

$$\begin{array}{llll} \frac{-6xy}{-3y} & \frac{(5x-1)^4}{1-5x} & \frac{-17a^3+13a^2-29a}{-a} & \frac{3x^2-4x^3+5x^4}{-\frac{1}{2}x} \\ (\text{antw: } 2x; & -(5x-1)^3 \text{ of } (1-5x)^3; & 17a^2 - 13a + 29; & -6x + 8x^2 - 10x^3) \end{array}$$

42.
$$\frac{8a^4(a-b)^4 - 5a^5(b-a)^3}{-a^2(-a+b)^3} \quad \frac{(x-y)^p(y-x)^{2p} + (y-x)^{2p-2}}{(x-y)^p}$$

(antw: $8a^2(a-b) + 5a^3$ $(x-y)^{2p} + (x-y)^{p-2}$)



43. $\frac{6x^3 - 7x^2 + 1}{2x - 1}$ $\frac{9x^2 + 6xy - 8y^2}{3x - 2y}$ $\frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{a^2 - ab + b^2}$
 (antw: $3x^2 - 2x - 1$ $3x - 4y$ $a^2 + ab + b^2$)
44. $(-6a^4 + 5a^2 + 1) : (3a^2 - a + 1)$ (antw: $-2a^2 + a + 1$)
 $(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) : (x^2 + 2x + 1)$ (antw: $x + 1$)
45. $(4x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 13x - 4) : (2x^2 + 3x - 1)$ (antw: $2x^2 - x + 4$)
46. Bepaal de volgende quotiënten:
 $\frac{9a + 12b - 3c}{-3}$ $\frac{-20a^5 - 30a^4}{-10a^2}$ $\frac{-18a^5 - 27a^3}{-9a}$
 $\frac{4c^2 - 6c^4}{-2c^2}$ $\frac{-ax^3 + a^2x^2 - a^3x}{-ax}$ $\frac{8a^3b^4 - 6a^2b^3 - 4a^2b^4 + 2a^5b^6}{-2a^2b}$
47. Bepaal de volgende quotiënten:
 $\frac{(4a^2b)^5 \times (-2a^3b^2)^4}{(-2a^2b^4)^3}$ $\frac{(6ab^2)^3 \times (-18a^2b^4)^3}{(-6a^3b^2)^3}$
 $\frac{(-a^4b^3)^4 \times (-a^2b^3)^6}{(a^2b^3)^3 \times (-a^4b^3)^3}$ $\frac{(a-b)^7 \times -(b-a)^8}{(a-b)^{12}}$
48. Maak de volgende delingen door middel van ontbinding is factoren:
 $(4x^2 + 23x + 15) : (x + 5) : (12x^2 - 17x + 6) : (4x - 3)$
 $(6a^2 - 7a + 2) : (3a - 2) : (-21p^2 + p + 10) : (-7p + 5)$
49. Voer de volgende delingen uit:
 $(x^3 + 9x^2 + 26x + 24) : (x + 4) =$
 $(6a^3 + a^2 - 19a + 6) : (a + 2) =$
 $(x^4 - x^3 - 12x^2 - 7x + 5) : (x^2 - 3x - 5) =$
50. Idem:
 $(-x^{12} - y^{12}) : (x^4 + y^4) =$
 $(5a^6 - 22a^5b + 12ab^5 - a^3b^3 - 6a^2b^4 + 12a^4b^2) : (-5a^3 + 2a^2b - 4ab^2) =$
 $(3a^{5n+2} - 19a^{4n+1} + 17a^{3n} + 19a^{2n-1} - 20a^{n-2}) : (a^{2n+3} - 4a^{n+2} - 5a) =$
 $(\frac{1}{6}y^4 - \frac{19}{6}y^2 + 1 + \frac{1}{3}y^3) : (\frac{1}{3}y^2 + 1 + 2y) =$
51. Herleid de volgende vormen:
 $(7 + 3y)^2$ $(3a + 5b)^2$ $(a^4 - 5)^2$ $(3a^3 - 4b^2)^2$ (antwoorden resp:
 $49 + 42y + 9y^2$ $9a^2 + 30ab + 25b^2$ $a^8 - 10a^4 + 25$ $9a^6 - 24a^3b^2 + 16b^4$)
52. Idem:
 $(p + 1)(p - 1); (5x^3 - 3y^2)(5x^3 + 3y^2); (a^p + a^q)(a^p - a^q); (-p + q)(p + q);$
 $(-a - 1)(+a - 1); (-\frac{1}{2} - x)(-\frac{1}{2} + x).$
 (antwoorden resp: $p^2 - 1; 25x^6 - 9y^4; a^{2p} - a^{2q}; -p^2 + q^2; -a^2 + 1; \frac{1}{4} - x^2$)

R.T.

Aa opgaven 6

Nadruk verboden.

53. Idem:

$$\begin{array}{lll} (x+y-1)(x+y+1) & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) & \text{(antwoorden resp:} \\ x^2+2xy+y^2-1 & x^4+x^2y^2+x^4) & \end{array}$$

54. Ontbind de volgende vormen:

$$\begin{array}{llll} 4a^4-9b^4 & 16-25x^2y^2 & (a+b)^2-(c+d)^2 & (3a+5)^2-(a-3)^2 \\ \text{(antwoorden resp: } & (2a^2+3b^2)(2a^2-3b^2); & (4+5xy)(4-5xy); & \\ (a+b+c+d)(a+b-c-d); & (3a+5+a-3)(3a+5-a+3) = & & \\ = (4a+2)(2a+8) = 2(2a+1)(a+4). & & & \end{array}$$

55. Eveneens:

$$\begin{array}{llll} a^2-(x+y)^2 & a^2-\frac{1}{b^2} & x^4-y^2 & \text{(antwoorden resp:} \\ (a+x+y)(a-x-y); & \left(a+\frac{1}{b}\right)\left(a-\frac{1}{b}\right); & (x^2+y^2)(x^2-y^2). & \end{array}$$

56. Bereken de volgende vormen:

$$\begin{array}{lll} (y^2+1)(y^2-1) & (a^2-11)(a^2+11) & (4a+13)(4a-13) \\ (xy+4)(xy-4) & (a^2b+7)(a^2b-7) & (5a+8b)(5a-8b) \\ (3a^2-b)(3a^2+b) & (3x^6-y^3z^4)(3x^6+y^3z^4) & (4a^4-bc)(4a^4+bc) \end{array}$$

57. Bereken de volgende vormen:

$$\begin{array}{lll} (3m+4)^2 & (-3x^2+5xy)^2 & (5a^4+6b)^2 \\ (a^2+ab)^2 & (-ab-c^2)^2 & (3xyz+2a)^2 \\ (-a^2-3ab^2)^2 & (p^2+5q^2)^2 & (-3x+11y^2)^2 \end{array}$$

58. Ontbind in factoren:

$$\begin{array}{lll} 2a^2-2 & 48a^2-57b^2 & x^4-1 \\ 8x^2-2 & 3ab-12aby^2 & a^8-b^8 \\ 5a^2-45b^2 & 7a^7b^2-448ab^8 & a^3+a^2-a-1. \end{array}$$

59. Idem:

$$\begin{array}{ll} 9x^2-12xy+4y^2 & 36a^4b^2+60a^2bc^3+25c^6 \\ 9a^2+30a+25 & 4a^2c^2+4abcd+b^2d^2 \\ 4x^2+4x+1 & x^2y^2+x^3y+\frac{1}{4}xy^3. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 60. \quad a^2+2ab+b^2-c^2-2cd-d^2 & 9x^2-6x+1+2ay-a^2-y^2 \\ a^2+c^2-b^2-d^2+2ac-2bd & p^2-a^2-2ab-b^2 \\ a^2+8a+16-x^2-2xy+y^2 & x^2-(a^2-2a+4) \\ x^2-10xy+25y^2-4a^2-4a-1 & x^2y^2+x^3y+\frac{1}{4}xy^3. \end{array}$$

61. Bereken de volgende producten:

$$\begin{array}{ll} (2a+b)(4a^2-2ab+b^2) & (3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2) \\ (2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2) & (4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2) \\ \text{(antwoorden resp: } & 8a^3+b^3; \quad 27a^3+8b^3; \quad 8a^3-27b^3; \quad 64x^3-27y^3. \end{array}$$



62. Ontbind in factoren:

$$a^3 + 27b^3 \quad 27x^3 - y^3 \quad 8x^3 - 343y^3 \quad 27a^3 - 343$$

(antwoorden resp: $(a + 3b)(a^2 - 3ab + 9b^2)$ $(3x - y)(9x^2 + 3y + y^2)$
 $(2x - 7y)(4x^2 + 14xy + 49y^2)$ $(3a - 7)(9a^2 + 21a + 49)$.)

63. Leer uit het hoofd:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Maak daarna de volgende opgaven:

$$(3a + b)^3; \quad (a^2 + 3b)^3; \quad (-3m + n)^3; \quad (2a - 5b)^3$$

(antwoorden resp: $27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 + b^3$ $a^6 + 9a^4b + 27a^2b^2 + 27b^3$
 $-27m^3 + 27m^2n - 9mn^2 + n^3$ $8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3$.)

64. Ontbind in factoren:

$$27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3 \quad 125p^3 - 150p^2q + 60pq^2 - 8q^3$$

(antwoorden resp: $(3a + 2b)^3$ $(5p - 2q)^3$.)

65. Bereken:

$$(a^2 + b^2)^6 \quad (x^3 - y^2)^5 \quad (x^2 + 2y^2)^4$$

(Antwoorden resp:
 $a^{12} + 6a^{10}b^2 + 15a^8b^4 + 20a^6b^6 + 15a^4b^8 + 6a^2b^{10} + b^{12}$
 $x^{15} - 5x^{12}y^2 + 10x^9y^4 - 10x^6y^6 + 5x^3y^8 - y^{10}$
 $x^8 + 8x^6y^2 + 24x^4y^4 + 32x^2y^6 + 16y^8$.)

66. Bereken de volgende producten:

$$\begin{array}{lll} (x + 3)(x + 2) & (x - 2)(x - 7) & (a + 4b)(a - 2b) \\ (a + 7)(a - 4) & (p - 3q)(p - 2q) & (a - 2p)(a - 10p) \\ (a - 2b)(a + 3b) & (a - 6b)(a - 14b) & (3x - 2y)(3x + 5y) \\ (P - 3)p - 6 & (y - 3)(y + 14) & (5a - 9b)(5a + 3b) \end{array}$$

67. Onderstreep in de volgende vormen de gelijke termen en bereken daarna de producten:

$$\begin{array}{ll} (a + 2b - 3c)(a - 2b + 3c) & (2a^2 + 3a - 5)(2a^2 - 3a + 5) \\ (a + b - 2c + d)(-a + b - 2c - d) & (2a^2 + 3a^2 - a + 3)(-2a^2 + 3a^2 - a - 3). \end{array}$$

68. Bereken de volgende producten:

$$\begin{array}{ll} (a - 3)(a^2 + 3a + 9) & (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) \\ (a + 4)(a^2 - 4a + 16) & (2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2) \\ (a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2) & (a^p + b^p)(a^{2p} - a^p b^p + b^{2p}) \end{array}$$

69. Ontwikkel:

$$\begin{array}{lll} (a^3 - b^2c)^4 & (3a - 2b)^6 & (3p + 5q)^4 \\ (2a^2 - b)^5 & (2a - 3b)^6 & (8a - 7b)^4 \end{array}$$

70. Herleid:

$$(2a^2 - a)^3 + (a^2 + 2a)^3 \quad (a + b)^4 - (a - b)^4$$

R.T.

Aa opgaven 8

Nadruk verboden.

71. Bereken: $(a + 2x)^7$

(antw: $a^7 + 14a^6x + 84a^5x^2 + 280a^4x^3 + 560a^3x^4 + 672a^2x^5 + 448ax^6 + 128x^7$.)

72. Bereken: $(3a - 5b)^3$

(antw: $27a^3 - 135a^2b + 225ab^2 - 125b^3$.)

73. Bereken: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3$; $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$.

(antw. resp: $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ $x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$.)

74. Bereken: $\frac{a^3+27}{a+3}$; $\frac{x^6+y^6}{x^2+y^2}$; $\frac{81x^4-16y^4}{3x+2y}$.

(antw: $a^2 - 3a + 9$ $x^4 - x^2y^2 + y^4$.)

De laatste opgave is geheel uitgewerkt als volgt:

$$\begin{aligned} \frac{81x^4-16y^4}{3x+2y} &= \frac{(3x)^4-(2y)^4}{3x+2y} = (3x)^3 - (3x)^2(2y) + (3x)(2y)^2 - (2y)^3 = \\ &= 27x^3 - 18x^2y + 12xy^2 - 8y^3. \end{aligned}$$

75. Bepaal de volgende quotiënten:

$$\frac{(x+y)^3-z}{(x+y)-z}; \quad \frac{(a^2+b^2)^4-a^4b^4}{a^2-ab+b^2}; \quad \frac{(a^n+b^n)^4-z^{4n}}{a^n+b^n+z^n}.$$

(antwoorden resp:)

$$x^2 + 2xy + y^2 + xz + yz + z^2$$

$$a^6 + a^5b + a^4b^2 + 3a^3b^3 + 4a^2b^4 + ab^5 + b^6$$

$$a^{3n} + 3a^{2n}b^n + 3a^n b^{2n} + b^{3n} - a^{2n}z^{2n} - 2a^n b^n z^n - b^{2n}z^n + a^n z^{2n} + b^n z^{2n} - z^{3n}.$$

76. Herleid: $\frac{(a-3b)^4(a^2+3ab+9b^2)^4}{(2a^2-a)^3+(a^2+2a)^3} \quad (2a^2-1)^4 \quad (ax^2+by^2)^3$

77. Ontwikkel: $(x^{m+1}y - 2xy^{m-1})^7$ en $(2x^{n+1} - 3x^{n-1})^5$.

78. Bepaal de volgende quotiënten:

$$\frac{a^5 - b^5c^5}{a - bc}; \quad \frac{a^4 - 16}{a + 2}; \quad \frac{(x^2 + 3x)^3 + 125}{x^2 + 3x + 5}.$$

79. Herleid: $\frac{16a^8 - b^4c^4}{2a^2 - bc} - \frac{a^8 - 81b^4c^4}{a^2 + 3bc}$
 $\frac{32a^{15} - b^5c^{10}}{2a^3 - bc^2} - \frac{a^{15} + 32b^5c^{10}}{a^3 + 2bc^2}$

80. Ontwikkel: $(-3a^{n-1}b^{2n-1} + 5ab^{n-1})^3$ $(a + 2b - 3c - 4d)(-a + 2b + 3c - 4d)$
 $(a^3 + 6a^2 - a + 5)(a^3 - 6a^2 - a - 5)$ $(3p + 5q - 6r)(3p + 5q + 6r)$
 $(a^4 + 3a^3 - 7a^2 + 2a - 3)^2$



Ontbind de veeltermen van de volgende opgaven in factoren:

81. $ax + x$ $x^2 - xy + xz$ $pq + q$ $ab - 3b$
 (antw. resp: $x(a + 1)$ $x(x - y + z)$ $q(p + 1)$ $b(a - 3)$)
82. $(5a + 7b)(x + 3y) + (3a + 2b)(x + 3y)$
 $(x^2 + xy + y^2)(x + y) - 3xy(x + y)$
 $a(x - y) + b(x - y) - c(y - x)$
 (antw. resp: $(x + 3y)(8a + 9b)$ $(x + y)(x - y)^2$ $(x - y)(a + b + c)$)
83. $4x^2 - 12xy + 9y^2$ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} =$
 $p^2 + p + \frac{1}{4}$
 $a^2 - (x - 1)^2$ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{2x}{a} + 1$
 (antwoorden:
 $(2x - 3y)^2$; $(p + \frac{1}{2})^2$; $(a + x - 1)(a - x + 1)$; $(\frac{x}{3} + \frac{y}{4})(\frac{x}{3} - \frac{y}{4})$; $(\frac{x}{a} + 1)^2$)
84. $(a^2 - 2ax + x^2) - (b^2 - 2by + y^2)$
 $(a - b)(x^2 - y^2) - (x - y)(a^2 - b^2)$
 $(x - 1)(x - 2)(x - 3) + (x - 1)(x - 2) - (x - 1)$
 (antwoorden: $(a + b - x - y)(a - b - x + y)$ $(a - b)(x - y)(x + y - a - b)$
 $(x - 1)^2(x - 3)$.)
85. $x^4 + x^2y^2 + y^4$ $x^4 + 7x^2y^2 + 16y^4$ $4x^4 + 7x^2y^2 + 16y^4$
 (antwoorden: $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$ $(x^2 + 4y^2 + xy)(x^2 + 4y^2 - xy)$
 $(2x^2 + 4y^2 - 3xy)(2x^2 + 4y^2 - 3xy)$.)
86. $ax + bx + ay + by$ $a^2x + a^2y - abx - aby$
 $ax + cx - a - c$ $20x^3 - 16x^2y + 5xy^2 - 4y^3$
 $y^3 - y^2 - y + 1$ $a^7 + a^4 - a^6 - a^5$
87. $a^2 - b^2 - c^2 + d^2 - 2ad + 2bc$ $x^5 + 6x^4y^3 + 9x^3y^6$
 $6ax - bx + 6ay - by$ $a^2x^3 - a^2$
 $a^{2n+1} + 2a^{n+1} + a$ $a^{n+p} + 2a^{n+2p} + a^{n+3p}$
88. $(a + b)^2 - (c + d)^2$ $9x^2 - (2y + z)^2$
 $(a + b + c)^2 - d^2$ $36a^2 - (b - 4c)^2$
 $(3a + 5)^2 - (a - 3)^2$ $(3a + 1)^2 - (a + 3)^2$
89. $9a^4 + 24a^2b^2 + 16b^4$ $x^{10} - 32x^5 + 256$
 $25p^6 - 40p^3q^2 + 16q^6$ $1 - 8a^2 + 16a^4$
 $x^2 - a^2 - 2ab - b^2$ $a^2 + 8a + 16 - b^2 - 2bc - c^2$
90. $a^4 + 4b^4$ $4x^4 - 8x^2y^2 + y^4$
 $a^4 + 9a^2b^2 + 25b^4$ $9a^4 + 3a^2b^2 + 4y^4$
 $a^{16} + 11a^8b^8 + 36b^{16}$ $x^8 + x^4y^4 + y^8$

R.T.

Aa opgaven 10

Nadruk verboden.

91. $x^2 + 3x + 2$ $a^2 - 5a + 4$
 $a^2 + 4a + 3$ $x^2 + 3x - 10$
 $c^2 + 5c + 6$ $a^2 - 3a - 28$
(antwoorden: $(x + 2)(x + 1)$; $(a - 4)(a - 1)$; $(a + 3)(a + 1)$;
 $(x + 5)(x - 2)$; $(c + 2)(c + 3)$; $(a - 7)(a + 4)$.)
92. $a^2 - 13ab + 30b^2$ $a^2 - 11abc + 24b^2c^2$
 $a^2 + 15abc + 50b^2c^2$ $a^4b^2 - 8a^2bc - 33c^2$
(antwoorden: $(a - 10b)(a - 3b)$ $(a - 8bc)(a - 3bc)$
 $(a + 10bc)(a + 5bc)$ $(a^2b - 11c)(a^2b + 3c)$)
93. $2a^2 - 11a + 12$ $12a^2 + 5ab - 2b^2$
 $4a^2 - 16a + 15$ $12a^2 - 5a - 3$
(antwoorden: $(2a + 3)(a + 4)$ $(4a - b)(3a + 2b)$
 $(2a - 3)(2a - 5)$ $(3a + 1)(4a - 3)$)
94. $x^2 + 3xy + 7x + 6y + 10$
(antwoord: $(x + 2)(x + 3y + 5)$)
95. $a^2 + 5ab + 2ac + 6b^2 + 7bc - 3c^2$
(antwoord: $(a + 2b + 3c)(a + 3b - c)$)
96. $a^2 - 12a + 35$ $a^2 + 14a + 24$ $a^2 - 10a - 24$
 $a^2 + a - 2$ $a^2 + 3a - 4$ $a^2 + 9ab - 70b^2$
 $a^2 + 6a - 16$ $a^2 - 4a - 45$ $a^2 - 7ab + 12b^2$
 $a^2 - 10a + 9$ $a^2 + 11ab + 24b^2$ $a^2 - 5a + 4$
97. $9x^2 - 3x - 20$ $(2a - 3b)^2 - 5c(2a - 3b) - 24c^2$
 $4x^2 - 4xy - 3y^2$ $a^2 + 6ab + 9b^2 + 7a + 21b + 10$
 $9x^2 - 6xy - 8y^2$ $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 12xz - 18yz + 5z^2$
98. $8a^2 - 13ab - 6b^2$ $3a^2 + 14ab + 8b^2$ $6a^2 - ab - 5b^2$
 $7a^2 + 16ab + 4b^2$ $12a^2 - 5ab - 3b^2$ $15a^2 + 4ab - 3b^2$
 $2a^2 + 5a + 3$ $5a^2 + 14ab + 8b^2$ $2a^2 - 11ab - 6b^2$
99. $x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 20$
 $x^2 + 3xy + 2x + 2y^2 + 7y - 15$
 $x^2 - 3xy - 7x + 2y^2 - 11y + 12$
100. $a^2 + 5ab + a - 10y - 6$ $4a^2 - 3b^2 + 4c^2 - 4ab - 10ac - bc$
 $2a^2 + 2b^2 - a + b - 3 - 4ab$ $a^9 - 4a^6 + a^3 - 4$.
101. $x^3 - 4x^2 - 4x + 1$ $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3$
(antwoorden: $(x + 1)(x^2 - 5x + 1)$ $(x + 1)(x - 3)(3x - 1)$)
102. $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ $5x^4 - 26x^3 + 26x - 5$
(antwoorden: $(x + 1)(x - 2)(2x - 1)$ $(x - 1)(x + 1)(x - 5)(5x - 1)$)
103. Als de deling $(x^3 + ax^2 - 5x - 3) : (x - 3)$ een rest = 0 geeft, hoe groot is dan a ?
(antwoord: $a = -1$.)



104. Als $x^3 + ax^2 - x - 22$ deelbaar is door $x - 2$, hoe groot is a dan?
(antwoord: $a = 4$.)

105. Als men $x^3 + ax^2 + 3x + 7$ door $x + 4$ deelt, is de rest 11, hoe groot is a ?
(antwoord: $a = 5$.)

106. Ontbind de volgende opgaven in factoren:

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \qquad x^3 - 5ax^2 - 4a^2 + 20a^3$$

107. $x^3 + 8x^2 + x - 42$ $x^3 - 3x^2 - 13x + 6$ $6x^3 - 19x^2 - 12x + 38$

108. Voor welke waarde van a is $x^4 - ax^3 + 5x^2 - 2x - 20$ deelbaar door $x + 1$?

109. $x^3 - x^2 - 14x + 24$ $2x^3 - 17x^2 + 38x - 15$.

110. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 7y^3$ $x^6 - 9x^4y^2 + 16x^2y^4 - 9x^4 + 81x^2y^2 - 144y^4$

111. Bepaal de G.G.D. en het K.G.V. van de volgende vormen:

$$a^3 + a^2b - 6ab^2 \qquad a^3 + 2a^2b - 3ab^2 \qquad a^4 - 9a^2b^2$$

(antwoord: G.G.D. = $a(a + 3b)$
 K.G.V. = $a^2(a + 3b)(a - 2b)(a - b)(a - 3b)$)

112. Idem: $a^3 - a$ $a^3 - 1$ $a^2 + a - 2$

G.G.D. is: $(a - 1)$

K.G.V. is: $a(a + 1)(a - 1)(a + 2)(a^2 + a + 1)$

113. Vereenvoudig de volgende breuken:

$$\frac{a^2 - ab}{a^2 - b^2} \qquad \frac{a^2 - 2a - 3}{a^2 - 4a + 3} \qquad \frac{(a^2 + a - 2)^2}{(a^2 - 1)^2} \qquad \frac{a^2 - a - 20}{a^2 + a - 30}$$

(antwoorden: $\frac{a}{a+b}$ $\frac{a+1}{a-1}$ $\frac{(a+2)^2}{(a+1)^2}$ $\frac{a+4}{a+6}$)

114. Vereenvoudig:

$$\frac{6}{x-1} + \frac{5}{1-x} \qquad \frac{a}{a-b} - \frac{a}{-a+b} \qquad \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$$

(antwoorden: $\frac{1}{x-1}$ $\frac{2a}{a-b}$ $\frac{4ab}{a^2 - b^2}$)

115. Herleid tot één breuk en vereenvoudig:

$$\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

$$\frac{3}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2} - \frac{2}{a^2 - b^2 + 2bc - c^2} - \frac{1}{a^2 - b^2 + 2ac + c^2}$$

(antwoorden: 0; $\frac{-6b + 2c}{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)}$)

R.T.

Aa opgaven 12

Nadruk verboden.

116. Bepaal de G.G.D. en het K.G.V. van de volgende opgaven.

$$\begin{array}{ll} x^2 - a^2; & x^3 - a^3 \text{ en } x^4 - a^4 \\ x^5 + 4x^4y + 3x^3y^2 & \text{en } x^4 - x^2y^2 \\ 5a^2 + 19a - 4 & \text{en } 10a^2 + 13a - 3 \\ (a - b)(a - c); & (b - a)(b - c) \text{ en } (c - a)(c - b) \end{array} \quad \begin{array}{l} 12y^2 - y - 1 \text{ en } 6y^2 - 5y + 1 \\ x^3 - 25x \text{ en } x^4 + 10x^3 + 25x^2 \\ x^3 - 12x^2 + 36x \text{ en } x^4 - 9x^3 + 18x^2 \end{array}$$

117. Vereenvoudig de volgende breuken:

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}, \quad \frac{x^2 + 14x + 19}{x^2 + 3x - 28}$$

118. Herleid tot één breuk en vereenvoudig:

$$\begin{array}{ll} \frac{a-1}{1-a^2} + \frac{a-3}{9-a^2}; & \frac{x-y}{12x-4y} - \frac{x+y}{6x-2y} \\ \frac{3a+b}{a^3-ab^2} + \frac{2a-3b}{a^2b-b^3} & 1 + \frac{a-b}{a+b} \end{array}$$

119.
$$\frac{2x-z}{x^2+xy+xz+yz} + \frac{2z-x}{x^2-xz-yz+xy}$$
$$\frac{p+q}{p^2+pq+q^2} + \frac{p-q}{p^2-pq+q^2} + \frac{2p^3q^2}{p^6-q^6}$$

120.
$$\frac{5x-1}{x^2-2x+2} + \frac{x-1}{x^2+2x+2} + \frac{6x^3-x^2+1}{x^2-4}$$
$$\frac{2x-3}{x^2+8x+2} + \frac{x-2}{x^2+9x+18} \quad \frac{1}{(a-x)^2} + \frac{1}{a^2+ax-2x^2}$$

121.
$$\frac{a}{a^2-b^2} \times \frac{(a-b)^2}{a^2+ab} \times \frac{ab+b^2}{ab-b^2}$$
 (antwoord: $\frac{1}{a+b}$)

$$\frac{x^2+3xy+2y^2}{x^2+2xy+y^2} \times \frac{x^2+5xy+4y^2}{x^2+7xy+12y^2}$$
 (antwoord: $\frac{x+2y}{x+3y}$)

122.
$$\frac{2a^2+3ac+2ab+3bc}{2a^2+3ac+4ab+6bc} \times \frac{a^2+2ab-ac-2bc}{a^2+ab+ac+bc}$$
 (antwoord: $\frac{a-c}{a+c}$)

$$\left(p - q + \frac{2q^3}{p^2+pq+q^2}\right) \left(p - 2q + q^2 \frac{3p+q}{p^2+2pq+q^2}\right) \left(\frac{1}{p^2-pq+q^2}\right)$$
 (antwoord: $\frac{p-q}{p+q}$)

123.
$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right)$$
 (antwoord: $\frac{a+b}{b}$)

$$\left(\frac{x^2-xy}{xy+y^2}\right)^3 \left(\frac{x^2+xy}{xy-y^2}\right)^4 \left(\frac{y-x}{x+y}\right)^3 \left(\frac{-x+y}{x^7}\right)^2$$
 (antwoord: $-\frac{(x-y)^4}{y^7(x+y)^2}$)

124.
$$\frac{x^2-3xy+2y^2}{4x^2+4xy-3y^2} \cdot \frac{2x^2+xy-y^2}{2x^2+2bxy+b^2y^2} \cdot \frac{2x+3y}{x-2y}$$
 (antwoord: $\frac{x+y}{2x-y}$)

$$\frac{ax+aby}{bx+aby} \cdot \frac{x^2+2axy+y^2}{x^2+2bxy+b^2y^2}$$
 (antwoord: $\frac{a(x+y)}{b(x+by)}$)

125.
$$\left(a - b + \frac{2b^3}{ab+b^2}\right) \times \left(a - \frac{a^2b^2-ab^3}{a^3+ab^2}\right)$$
 (antwoord: $a^2 - ab + b^2$)



$$126. \quad \frac{-3ap}{5by} \times \frac{15b^2p}{-16a^2y}; \quad 20abc \cdot \frac{3abc}{5c^2a^3}; \quad \frac{8a^2b}{15c^2d} \cdot 24abcd^2$$

$$127. \quad \frac{a^2 - b^2}{x^3 + y^3} \cdot \frac{x^2 - y^2}{a^3 - b^3} \cdot \frac{x + y}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{x^2 + xy + y^2}$$

$$\frac{a^2 - 4b^2}{a^4 - 2a^2b^2 + b^4} \times \frac{2a^4 - 2b^4}{3a^4 - 12a^2b^2 + 12b^4}$$

$$128. \quad \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(-1 + \frac{a}{a-b}\right) \left(1 - \frac{b}{a+b}\right)$$

$$\frac{6x^2y^2}{20(x^2 + y)} \cdot \frac{10(x^4 + 2x^2y + y^2)}{9x^2y^4} \cdot \frac{3(y - x^2)}{4(x^4 - y^2)}$$

$$129. \quad \left(\frac{x^2 - xy}{-xy - y^2}\right)^3 \left(\frac{x^2 + xy}{xy - y^2}\right)^4 \left(\frac{y - x}{y + x}\right)^2 \left(-1 + \frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{x}{ay} \left(y + \frac{ay}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{a+x}\right); \quad \left(1 - \frac{a-b}{a-c}\right) \left(1 - \frac{b-a}{b-c}\right)$$

$$130. \quad \left(\frac{2a-b}{3a^2+2ab} - 2\frac{a+b}{6ab+4b^2}\right) \left(\frac{3}{a+b} + \frac{2b}{a^2-ab+b^2} - \frac{7b^2}{a^3+b^3}\right)$$

$$\left(\frac{x-1}{x^2+2x+1} - \frac{x+1}{x^2-x+1}\right) \left(1 - 2\frac{x^2+1}{3x^2+1}\right)$$

131. Herleid de volgende opgaven:

$$\frac{\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a^2 + \frac{1}{a^2} - 1\right) - \frac{1}{3}}{\left(a - \frac{1}{a}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right) + \frac{1}{a^2}} \quad (\text{antwoord: } a)$$

$$132. \quad \frac{a^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{a-b}{a+b} - 1\right)}{\left(\frac{a-b}{a+b} + 1\right)\left(\frac{a-b}{b-a}\right)} \quad (\text{antwoord: } b)$$

$$\frac{a+b}{(c-a)(c-b)} + \frac{b+c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a}{(b-c)(b-a)} \quad (\text{antwoord: } 0)$$

$$133. \quad \frac{a^2 + a - \frac{a^2 - b^2}{b^2} : \frac{b}{c}}{\frac{a - \frac{b^2}{a}}{a}} \quad (\text{antwoord: } \frac{a+b-c}{a+b+c})$$

$$1 - \frac{a-b}{a} + a+c \cdot \frac{\frac{a^2}{b} + b}{a + \frac{b^2}{a}}$$

$$134. \quad \left[(a^2 - b^2) : \left(1 + \frac{2ab}{a^2 + b^2}\right)\right]^2 : \left[1 - \frac{4ab}{(a+b)^2}\right] : \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \quad (\text{antwoord: } ab(a^2 + b^2))$$

$$135. \quad \left[\left(a + 1 - \frac{5}{a-3}\right) : \left(a - 2 + \frac{21a}{2a-6}\right)\right] \times \frac{2a+3}{2(a+2)} \quad (\text{antwoord: } \frac{a-4}{a+4})$$

$$136. \quad \frac{a^2c^2 - b^2d^2}{c^2 + 2cd + d^2} : \frac{a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2}{c^3 + d^3}$$

R.T.

Aa opgaven 14

Nadruk verboden.

$$137. \frac{\frac{a}{a^2-1} - \frac{b}{(a+1)(b+1)}}{\frac{a}{a^2-1} + \frac{b}{(a-1)(b+1)}}; \quad \frac{a + \frac{ab}{a-b}}{a - \frac{ab}{a+b}}$$

$$138. \left[1 + \frac{\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}}{\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}} \right] : \left[1 - \frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a-b}{a-b} - \frac{a+b}{a+b}} \right]$$

$$139. \frac{x^2+y^2-z^2-2xy}{x^2+y^2-z^2+2xy} : \frac{x^2-y^2-z^2+2xy}{x^2-y^2-z^2-2xy}$$
$$\frac{a^2-a-72}{a^2+a-56} : (a-9) : (a-7)$$

$$140. \frac{-a^2 + b^2 + \frac{a^3 - b^3}{a+b}}{a^2 - b^2 - \frac{a^3 + b^3}{a-b}}$$
$$\left(\frac{p+2q}{p^2+pq+q^2} : \frac{p-2q}{p^2-pq+q^2} \right) : \left(\frac{2p+q}{p^3-q^3} - \frac{2p-q}{p^3+q^3} \right)$$

141. Los x op uit de volgende vergelijkingen:

$$8 - 3(2 - 2x) = 2(2x - 3) \quad (\text{antwoord: } x = -4)$$

$$100 - [8 + \{8 - (8 - x)\}] = 8 \quad (\text{antwoord: } x = 84)$$

$$\frac{3x-5}{2} + \frac{2x+5}{3} = \frac{x+8}{6} - \frac{1}{2} \quad (\text{antwoord: } x = \frac{5}{6})$$

$$142. 4x - \frac{4x+2}{3} + 3x = 9 + \frac{4x+8}{3} - \frac{27-13}{5} \quad (\text{antwoord: } x = 4)$$

$$2x - 7(3x - 10) = 36x + 2(8x - 675) \quad (\text{antwoord: } x = 20)$$

$$143. \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{4} (x+3) + 2 \right\} + 1 \right] = 1 \quad (\text{antwoord: } x = 1)$$

$$\frac{5a-x}{4} + \frac{8x-a+b}{3} = 4x - \frac{5x-a}{2} + \frac{2\frac{1}{2}a+13b}{6} \quad (\text{antwoord: } x = 2b)$$

$$144. a - bx = c - dx \quad (\text{antwoord: } x = \frac{a-c}{b-d})$$

$$2ax + ab = 3ax - ab \quad (\text{antwoord: } x = 2b)$$

$$(x+2)(x-3) = (x+2)(x-5) \quad (\text{antwoord: } x = -2)$$

$$145. 72 + [3x - (5x + 7) - 6] = -[5x - (9x + 3) - 7] + 47 \quad (\text{antwoord: } x = \frac{1}{3})$$

$$5 - \left(\frac{3x-1}{4} - \frac{2x-5}{3} \right) = 4 - \left(\frac{7x-1}{8} - \frac{2x+1}{3} \right) \quad (\text{antwoord: } x = 7)$$

$$146. \text{onleesbaar} \quad 4(10 - 2x) - 3(x - 5) = 0$$
$$8 - 5(x - 2) = 6 - 3(x + 3) \quad 3(8 - 2x) - 5(x - 4) = 0$$

$$147. 2\frac{1}{3}x - 3\frac{1}{2}x + 5\frac{1}{3}x - 3\frac{1}{5}x + 1 = x$$
$$\frac{1}{4}x + \frac{5}{6}x = x + 1 - 2\frac{1}{6}x + 1\frac{2}{3}x + 13$$
$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} - \frac{7x}{4} + \frac{x}{6} = 3,9x - 58,2$$



$$148. \quad 4x - \frac{4x+2}{3} + 3x = 9 + \frac{4x+8}{3} - \frac{27-13x}{5}$$

$$\frac{54-5x}{19} + 5\frac{3}{8} - \frac{2\frac{3}{7}x-5}{12} = \frac{1+8x}{38} + \frac{31}{56}x$$

$$\frac{6x-10}{10} - \frac{6x-8}{13} = \frac{2x-4}{4} - \frac{4x-4}{12}$$

$$149. \quad \frac{9x+28}{20} - \left(\frac{3x-4}{5} - \frac{x}{4}\right) - \frac{7(2x-1)}{15} = \frac{x}{16} - 4\frac{1}{4}$$

$$\frac{3x+2}{8} - 0,7 - 2\frac{1}{4}x - 5 = \frac{x}{6} - 8 + \frac{14-5x}{30}$$

$$150. \quad \frac{mx}{n} - \frac{nx}{m} = m + n; \quad \frac{ax}{b} + \frac{bx}{a} = \frac{a^2+b^2}{b}$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{x}{a} + 1\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{x}{a} - 1\right); \quad \frac{a-b}{a+b}x + \frac{a+b}{a-b}x = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

$$151. \quad \frac{x}{x+3} = 5 + \frac{9}{x+3}; \quad \frac{5x-9}{x-3} + x = 7 + \frac{x^2+3}{x-3}$$

(antwoorden resp.: $x = -6$; $x = 1\frac{4}{5}$)

$$152. \quad \frac{3}{4-2x} + \frac{30}{8(1-x)} = \frac{3}{2-x} + \frac{5}{2-2x}$$

(antwoord: $x = -4$)

$$\frac{x-12}{5} + \frac{30-(x-11)}{18} - \frac{2x-4}{15} = 0$$

(antwoord: $x = 13$)

$$153. \quad \frac{18+3x^2}{8-x} - 5(x+2) = -8x+1$$

(antwoord: $x = 2$)

$$\frac{a-x}{a+x} - \frac{a+x}{a-x} = \frac{8a^2}{x^2-a^2}$$

(antwoord: $x = 2a$)

$$154. \quad (3x+7)(x-3) = (6x+4)(x-3)$$

(antwoord: $x = 3$ en $x = 1$)

$$x^2 - 5x = 0$$

(antwoord: $x = 0$ en $x = 5$)

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

(antwoord: $x = 2$ en $x = 5$)

$$x^3 - 5x^2 = x^2 - x^3$$

(antwoord: $x = 0(2x)$ en $x = 3$)

$$155. \quad x - a + b = \frac{a^2 + b^2 + x^2}{x - a - b}$$

(antwoord: $x = -\frac{b^2}{a}$)

$$\frac{ax+b}{d} + \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{3ax+b}{3d} + \frac{5b}{3d}$$

(antwoord: $x = 0$)

$$156. \quad \frac{x-3}{x-4} + \frac{1-x}{5-x} = \frac{2-x}{4-x} + \frac{x-4}{x-5};$$

$$\frac{ax}{a-x} + \frac{bx}{b-x} + a + b = 0$$

$$157. \quad \frac{ax+b}{ax-b} - \frac{bx}{ax+b} = \frac{ax}{ax-b} - \frac{b(ax^2-2b)}{a^2x^2-b^2}$$

$$\frac{a+1}{b}x + \frac{b+1}{a}x + \frac{2ab}{a+b} - (a+b+1) = 0$$

R.T.

Aa opgaven 16

Nadruk verboden.

$$158. \quad \frac{1}{x-a} + \frac{2}{x-2a} = \frac{3}{x-3a}; \quad \frac{x-a}{a-1} + \frac{x-b}{b-1} + 2x = 0$$

$$159. \quad \frac{x-6}{x-4} + \frac{3-x}{6-x} = \frac{3-x}{4-x} + \frac{x-4}{x-6}$$
$$\frac{9-x}{7-x} - \frac{7-x}{5-x} + \frac{4-x}{3-x} = \frac{x-2}{x-7} - \frac{x+3}{x-5} + \frac{x-1}{x-3}$$

$$160. \quad \frac{x^2+4x-5}{x-1} - \frac{6+5x+x^2}{x+2} = \frac{2x^2-10x-28}{x+2}$$

$$\frac{4x-\frac{9}{x}}{2-\frac{3}{x}} - \frac{x-\frac{16}{x}}{1+\frac{4}{x}} = \frac{4x+4+\frac{1}{x}}{2+\frac{1}{x}}$$

$$161. \quad \frac{7x+6}{23} + \frac{9x-1}{10} - \frac{2x-3}{15} = 10 \quad (\text{antwoord: } x = 9)$$

$$\frac{5}{6}x + \frac{1}{4}x - \frac{3}{10}x = x - 3 \quad (\text{antwoord: } x = 13\frac{11}{13})$$

$$162. \quad \frac{1}{3}(4x+1) - \frac{1}{4}(2-3x) = \frac{1}{6}(26-x) \quad (\text{antwoord: } x = 2)$$

$$\frac{x-7}{x+7} = \frac{2x-15}{2x-6} - \frac{1}{2x-14} \quad (\text{antwoord: } x = 8)$$

$$163. \quad \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \quad (\text{antwoord: } x = 6)$$

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-6} = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-8} \quad (\text{antwoord: } x = 5)$$

$$164. \quad \frac{x^2+7x}{x^2-49} - \frac{x+7}{x} = \frac{49}{x} \quad (\text{antwoord: } x = 8)$$

$$\frac{x-2}{x-1} - \frac{2x-1}{x-2} + 1 = 0 \quad (\text{antwoord: } x = 1\frac{1}{4})$$

$$165. \quad \frac{6}{2-3x} + \frac{10}{6-5x} + \frac{4}{10+x} = 0 \quad (\text{antwoord: } x = \frac{38}{41})$$

$$\frac{6}{3x-1} + \frac{7}{3-7x} - \frac{5-x}{25-x^2} = 0 \quad (\text{antwoord: } x = \frac{29}{55})$$

$$166. \quad \frac{x^3}{x-2} - \frac{x^3}{x+2} = \frac{8}{x-2} + \frac{8}{x+2}$$

$$\frac{8x+23}{20} - \frac{5x+2}{3x+4} = \frac{2x+3}{5} - 1$$

$$167. \quad \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-c}{x+d} - 2 = 0$$

$$\frac{7x}{x-3} + \frac{x^2+6x+8}{5(x+2)} = \frac{15+3x}{20} + \frac{21}{x-3}$$



$$168. \quad \frac{x-1}{x-7} + \frac{x-6}{x-2} = \frac{x-4}{x-7} + \frac{x+2}{x-2}$$

$$\frac{x^2(x+a)}{x+1} = x^2 + \frac{ax^2-1}{x+1}$$

$$169. \quad \frac{x-5}{2} + \frac{2-4x}{3x+2} = \frac{3}{2} \left(x - \frac{1}{15} \right) - 1 \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{x+7} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}$$

$$170. \quad \frac{8x+57}{12} + \frac{15-2x}{x+8} = \frac{2x+4}{3} + 4$$

$$\frac{7}{x-4} - \frac{60}{5x-30} = \frac{21}{6x-24} - \frac{8}{x-6}$$

171. Verdeel 20 in twee delen, zodanig dat driemaal het ene deel opgeteld bij zevenmaal het andere deel 104 geeft. (antwoord: 9 en 11).
172. Verdeel 75 in twee delen, zodanig dat de som van driemaal het ene deel en het dubbele van het andere deel 190 is. (antwoord: 35 en 40).
173. A heeft 8 gulden meer dan B en B heeft 10 gulden*¹ meer dan C. Als ze samen 478 gulden hebben, hoeveel heeft elk dan?
(antwoord: A heeft f. 168,- B heeft f. 160,- en C heeft f. 150,-)
174. 165 gulden wordt verdeeld onder drie personen zodanig dat de eerste de helft krijgt van het aandeel van de derde en de tweede het $\frac{6}{7}$ deel van dat van de derde. Hoeveel krijgt elk?
(antwoord: 35, 60 en 70 gulden)
175. Vermenigvuldigt men een getal met 5 en vermindert men het product met 4, dan is de helft van de rest gelijk aan het met 4 vermeerderde tweevoud van het getal. Hoe groot is dit getal?
(antwoord: 12)
176. Als men bij een getal 8 optelt, dan is het vierde deel van de som gelijk aan 29. Welk getal is dat?
177. Verdeel 87 in drie delen. Zo dat het eerste deel 7 meer is dan het tweede en 17 meer dan het derde deel.
178. Een handelaar koopt 20 meter katoen voor 126 gulden. Voor een deel betaalt hij 6,90 gulden per meter en voor de rest 4,50 gulden per meter. Hoeveel meter van iedere soort kocht hij?
179. Verdeel het getal 88 in 4 delen, zodanig dat als men het eerste deel met 2 vermeerderd, het tweede met 3 vermindert, het derde met 4 vermenigvuldigt en het vierde door 5 deelt, de uitkomsten gelijk zijn.

¹ Gulden: Nederlandse munteenheid die in 2002 is vervangen door de Euro. De gulden is in de tekst gehandhaafd aangezien dit voor de berekeningen geen gevolgen heeft. (1 gulden is 100 cent, 1 kwartje is 25 cent, een dubbeltje is 10 cent) FV.

R.T.

Aa opgaven 18

Nadruk verboden.

180. Een speler verloor $\frac{1}{5}$ van zijn geld en won er later 4 gulden bij. Bij een tweede spel verloor hij $\frac{1}{6}$ van zijn geld, om er tenslotte weer 10 gulden bij te winnen. Als hij nu evenveel heeft als aanvankelijk, met hoeveel geld is hij dan begonnen?
181. Vier mannen bezitten samen f. 477,- . De tweede man heeft een aantal gulden meer dan de eerste, de derde het dubbele aantal van de tweede en de vierde het $\frac{1}{4}$ van het aantal van de derde. Hoeveel gulden heeft elk als de eerste f. 64,- bezit.
(antwoord: de mannen bezitten resp.: f.64,- ; f. 118,- ; f. 236,- ; f. 59,-).
182. Van welk getal is de helft, het derde en het vierde deel samen 106 groter dan het vijfde deel?
(antwoord: het getal is 120).
183. Twaalfhonderd gulden brengt in 11 jaar evenveel rente op als zestienhonderd gulden tegen 1,5 % hoger in 6 jaar. Tegen hoeveel procent staat die twaalfhonderd gulden uit?
(antwoord: tegen 4 procent).
184. Twee fietsers vertrekken tegelijk uit twee plaatsen A en B. en rijden elkaar tegemoet. De eerste legt per uur 12 km af en de tweede per uur 18 km. Als de plaatsen A en B 200 km van elkaar verwijderd zijn, waar ontmoeten de fietsers elkaar dan?
(antwoord: op 80 km van A).
185. De teller van een breuk is 11 minder dan de noemer. Vermeerdert men de teller met 3 en vermindert men de noemer met 3, dan wordt de waarde van de breuk $\frac{3}{4}$. Welke breuk is dat?
(antwoord: de breuk is $\frac{12}{23}$).
186. Men vermindert de teller van de breuk $\frac{11}{25}$ met een bepaald getal en vermeerdert de noemer met datzelfde getal. Er ontstaat dan een breuk die in waarde gelijk is aan $\frac{1}{8}$. Welk getal is dat?
187. Iemand moet een weg van A naar B afleggen en berekent dat hij juist op tijd in B zou aankomen als hij ieder uur $5\frac{1}{2}$ km aflegt. Hij legt echter de eerste helft van de weg af met een snelheid van 6 km per uur en de laatste helft met een snelheid van 5 km per uur. Daardoor komt hij 2 minuten te laat in B aan. Hoeveel km is de weg?
188. Iemand koopt twee stukken katoen. Het eerste, dat 12 meter korter is dan het tweede tegen f. 6,- en het andere tegen f. 7,50 de meter. Hij verkoopt het tweede stuk met een verlies van f. 2,50 en kreeg daarvoor 20 maal zoveel gulden als het aantal meters van het eerste stuk bedraagt. Hoe lang is ieder stuk?
189. Van een getal van 3 cijfers is het cijfer der honderdtallen de helft van dat der tientallen en dit is 1 minder dan dat van de eenheden. Schrijft men de cijfers in omgekeerde volgorde dan wordt het getal 297 groter. Bepaal het getal.
190. Een man heeft een kapitaal van 5500 gulden. Het $\frac{6}{11}$ deel staat een half procent hoger uit dan de rest. Van het eerste deel trekt hij in 4 maanden f. 20,- meer rente dan van het tweede in 3 maanden. Tegen hoeveel procent staat ieder deel uit?



191. Een boerin ging met een mand eieren naar de stad. In 't begin verkocht ze de helft van haar eieren en daarna nog 8, later nog de helft van de rest plus 4 eieren. Daarna werden haar 7 eieren meer dan de helft van de rest ontstolen, waarna er nog 4 eieren overbleven. Met hoeveel eieren ging ze naar de stad?
(antwoord: met 120 eieren).
192. Het product van twee getallen waarvan de som 25 bedraagt, wordt twee minder als men de vermenigvuldiger met 2 vermindert en het vermenigvuldigtal met 2 vermeerderd. Welke zijn die getallen? (antwoord: de getallen zijn 13 en 12).
193. De voorwielen van een rijtuig hebben een omtrek van $3\frac{1}{2}$ meter en de achterwielen een omtrek van $4\frac{1}{5}$ meter. Als het rijtuig een bepaalde weg aflegt, maakt het voorwiel 1000 omwentelingen meer dan het achterwiel. Hoe lang is die weg?
(antwoord: de weg is 21000 meter lang).
194. A heeft een kapitaal uitstaan tegen 5 procent en B een kapitaal dat f. 600,- groter is tegen $4\frac{1}{2}$ procent per jaar. A ontvangt in 9 maanden f. 9,- meer aan rente dan B in 8 maanden. Hoe groot zijn die kapitalen?
(antwoord: het kapitaal van A bedraagt f. 3600,- en dat van B f. 4200,-).
195. De oppervlakten van een vierkant en van een rechthoek zijn gelijk. De lengte van de rechthoek is 5 m meer, de breedte 3 m minder dan een zijde van het vierkant. Bereken de oppervlakte van het vierkant. (antwoord: de oppervlakte bedraagt $56,25 \text{ m}^2$).
196. Een vierkante vloer wordt 60 m^2 kleiner als men alle zijden 2 m kleiner maakt. Wat is de oppervlakte van die vloer?
197. Verdeel f. 86400,- in twee delen en wel zo, dat als het ene deel uitgezet wordt à $3\frac{1}{2}$ procent en het andere à 5 procent, de gezamenlijke rente dezelfde is, alsof het gehele kapitaal uitgezet was à $4\frac{1}{6}$ procent.
198. A kan werk voltooien in een bepaald aantal dagen, B in 2 dagen minder en C weer in 2 dagen minder dan B. Als de arbeid van C in 5 dagen gelijk staat met die van A in 3 dagen en die van B in 2 dagen samen, in hoeveel dagen kunnen ze het dan met zijn drieën samen doen?
199. Een trein heeft een snelheid van 17 meter per seconde, de snelheid van het geluid is 330 meter per seconde. Een Man die naast de rails staat, hoort een signaal dat de trein afgeeft en 8 seconden later gaat de trein hem voorbij. Hoe ver was de trein van de man verwijderd op het ogenblik dat het signaal gegeven werd?
200. Van een getal van vier cijfers is het cijfer links een 2 en rechts een 5. Verwisselt men die cijfers dan is het nieuwe getal 652 groter dan het tweevoud van het oorspronkelijke getal. Wat is het oorspronkelijke getal?
- Los de onbekenden op uit de volgende vergelijkingen:
201. $3x + 2y = 23$ $3x + 5y = 20$
 $2x - 5y = -29$ $x - 5y = 0$
 (antwoord: $x = 3$ en $y = 7$) (antwoord: $x = 5$ en $y = 1$)

R.T.

Aa opgaven 20

Nadruk verboden.

202. $5x + 3y = 19$
 $2x - y = 1$
(antwoord: $x = 2$ en $y = 3$)
- $y - x = 4$
 $7x + 4y = 38$
(antwoord: $x = 2$ en $y = 6$)
203. $3x - 2y = -8$
 $6x + 5y = 2$
(antwoord: $x = -\frac{4}{3}$ en $y = 2$)
- $6x - 5y = 16$
 $5x + 2y = 1$
(antwoord: $x = 1$ en $y = -2$)
204. $3x - y = 13$
 $5x + y = 27$
(antwoord: $x = 5$ en $y = 2$)
- $4x - 7y = -43$
 $2x + 3y = -17$
(antwoord: $x = 5$ en $y = 9$)
205. $5x + 6y = 17$
 $2x - y = 0$
(antwoord: $x = 1$ en $y = 2$)
- $ax - y = a^2$
 $bx - y = b^2$
(antwoord: $x = a + b$ en $y = ab$)
206. $x - 3y = 19$
 $3x - y = -1$
- $3x + 4y = 50$
 $4x + 3y = 48$
- $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = 9$
 $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = 3$
207. $x + y = 2a$
 $ax - by = a^2 + b^2$
- $2x + 7y = 13$
 $3x + 5y = 14$
- $7x - 2y = 8$
 $3x + 11y = 39$
208. $5x - 2y = 11$
 $x + 3y = 9$
- $-5x + 20y = 4$
 $10x + 4y = 3$
- $x - y = 5$
 $5x - 8y = 19$
209. $5(x - y) = 21 - 3y$
 $3(x - y) = 5 + 2y$
- $3x - 4y - 17 = 0$
 $2(4x + y) - 4 = 7 + 3x$
210. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$
 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$
- $\frac{3x}{5} - \frac{2y}{3} = 1$
 $\frac{7x}{25} + \frac{y}{5} = 2$
- $\frac{x}{8} + \frac{y}{9} = 43$
 $\frac{x}{9} + \frac{y}{8} = 42$
211. Los op door middel van de methode van gelijkstelling:
- $3x - 12y = -9$
 $x - 6y = -7$
(antwoord: $x = 5$ en $y = 2$)
- $x + 7y = 13$
 $x + y = 1$
(antwoord: $x = -1$ en $y = 2$)
212. Bereken door middel van gelijkstellen x en y uit de volgende vergelijkingen:
- $7x + y = 13$
 $3x + 5y = 1$
(antwoord: $x = 2$ en $y = -1$)
- $6x + 5y = 16$
 $5x - 12y = -19$
(antwoord: $x = 1$ en $y = 2$)
213. Bereken met de substitutiemethode x en y uit van de volgende vergelijkingen:
- $3x + 2y = 23$
 $-2x + 5y = 29$
(antwoord: $x = 3$ en $y = 7$)
- $3x - y = 1$
 $-x + 2y = 8$
(antwoord: $x = 2$ en $y = 5$)



214. Idem:

$$2x + 3y = 8$$

$$3x + 2y = 7$$

$$(\text{antwoord: } x = 1 \text{ en } y = 2)$$

$$7x - 3y = 27$$

$$5x - 6y = 0$$

$$(\text{antwoord: } x = 6 \text{ en } y = 5)$$

215. Onderzoek of de volgende vergelijkingen afhankelijk, strijdig of oplosbaar zijn:

$$2x - 3(x + 2y) = 7x - 7$$

$$4x + 3y = 3\frac{1}{2}$$

$$(\text{antwoord: afhankelijk})$$

$$x + 3y = 17$$

$$2x + 6y = 15$$

$$(\text{antwoord: strijdig})$$

216. Los op door middel van gelijkstellen:

$$2x + y - 15 = 0$$

$$x - 3y + 17 = 0$$

$$45x + 8y = 350$$

$$21y - 13x = 132$$

217. Idem:

$$2x - 7y = -55$$

$$6x - 11y = -75$$

$$9x - 5y = 52$$

$$3x - 8y = -8$$

218. Los op door middel van substitutie:

$$10x + 9y = 290$$

$$12x - 11y = 130$$

$$171x - 213y = 642$$

$$114x - 326y = 244$$

219. Idem:

$$4x - 3y = -2$$

$$3x + 2y = 24$$

$$7x = 5y - 1$$

$$3y = 8x - 26$$

220. Onderzoek of de volgende vergelijkingen afhankelijk, strijdig of oplosbaar zijn:

$$2x - 5y - 7 = 0$$

$$6x = 15y + 8$$

$$4x - 3(x - y) = -19$$

$$2(x + y) + 2 = -4(y - 9)$$

Los x en y op uit de volgende vergelijkingen:

$$221. \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a-b};$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2a}{a^2 - b^2};$$

$$(\text{antwoord: } x = \frac{a}{a-b} \text{ en } y = \frac{b}{a+b})$$

$$(a+b)x + y = \frac{a-b+1}{a+b}$$

$$x + (a-b)y = \frac{a+b+1}{a+b}$$

$$(\text{antwoord: } x = \frac{1}{a+b} \text{ en } y = \frac{1}{a-b})$$

$$222. \frac{x-a+b}{y+a-c} = \frac{c}{b}$$

$$(\text{antwoord: } x = a - b + c \text{ en } y = -a + b + c)$$

$$\frac{x+b}{y+a} = \frac{a+c}{b+c}$$

$$223. \quad 2y - 5x = 4y + 2x + 8 = 11x + 13y - 1$$

$$33x - 44y = 96x - 72y = 264(y - x - 1)$$

$$(\text{antwoord: } x = -2 \text{ en } y = 3)$$

$$(\text{antwoord: } x = \frac{2}{3} \text{ en } y = \frac{3}{2})$$

R.T.

Aa opgaven 22

Nadruk verboden.

$$224. \quad \frac{5x - 2y - a^2}{a} = \frac{2y - 3x}{b} + \frac{3a(a + b) - b(a^2 + 2b)}{ab}$$

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = ab - \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + 1 \right)$$

(antwoord: $x = a$ en $y = b$)

$$225. \quad 7x + \frac{5y + 9x}{11} = 17$$

$$\frac{4x}{a} + \frac{5y}{2} = \frac{15a + 16}{2}$$

$$9x + \frac{11y + 19x}{17} = 21$$

$$\frac{3x}{4} + \frac{4y}{a} = \frac{3a + 24}{2}$$

(antwoord: $x = 3\frac{7}{43}$ en $y = -17$) (antwoord: $x = 2a$ en $y = 3a$)

$$226. \quad \frac{4x - y}{3 - x} - \frac{15 - 4x}{4} = x + 1\frac{1}{4};$$

$$2ax - 2by = a^2 + b^2$$

$$\frac{6x - 5y}{3 + 4y} - \frac{8 - 3y}{3} = y - 2\frac{13}{15};$$

$$(a - b)x = (a + b)y$$

$$227. \quad \frac{6}{2x - 3y + 10} + 3x + 2y - 6 = 18$$

$$\frac{9}{2x - 3y + 10} - 6x - 4y + 12 = -29$$

$$228. \quad \frac{2x + 5}{3} = \frac{y + 4}{2} = \frac{2x + 2y + 9}{2};$$

$$(a^2 + 2a + 1)x - (a^2 + 2a - 3)y = -2a^2 + 14$$

$$(a^2 + 4a + 3)x - (a^2 + 4a - 5)y = -2a^2 + 26$$

$$229. \quad \frac{x + 1}{x + 3} = \frac{y - 10}{y - 5}$$

$$(x + 10)(y - 1) = x(y + 6)$$

$$\frac{x + 6}{x + 5} = \frac{y - 1}{y - 3}$$

$$(x - 2)(y - 1) = (x + 2)(y - 2)$$

$$230. \quad \frac{a + b}{ax} + \frac{a - b}{by} = 2$$

$$\frac{a - b}{bx} - \frac{a + b}{ay} = \frac{a^2 + b^2}{ab} - 2\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$$

231. Het dubbele van het geld van A opgeteld bij dat van B bedraagt 1090 gulden.
Het dubbele van het geld van B opgeteld bij het geld van A geeft 920 gulden.
Hoeveel heeft elk?

(antwoord: A heeft f. 420,- en B heeft f. 250,-)

232. Wanneer men bij een getal van 2 cijfers 18 optelt, dan ontstaat er een nieuw getal, waarvan de cijfers in omgekeerde volgorde staan als die van het gegeven getal. De som van het eerste getal en het nieuwe getal is 44. Bereken het eerste getal.

(antwoord: het getal is 13)

233. A en B kunnen samen een werk doen in 15 dagen. Na 6 dagen vertrekt A en B maakt het werk alleen af. Hij doet hier na 24 dagen over. In hoeveel tijd had ieder het werk alleen kunnen doen?

(antwoord: A in 24 dagen; B in 40 dagen)



234. Indien we van de teller van een breuk 3 aftrekken, wordt de waarde van de breuk $\frac{1}{3}$. Tellen we bij de noemer van de oorspronkelijke breuk de waarde 1 op, dan wordt de breuk $\frac{1}{2}$. Welke breuk is dit?
(antwoord: de breuk is $\frac{8}{15}$)
235. Vermenigvuldigt men het eerste van twee getallen met 7 en het tweede met 8, dan is de som der producten 3388. Deelt men het eerste door 7 en het tweede door 8, dan is de som der quotiënten 67. Welke getallen zijn dit?
(antwoord: de getallen zijn: 420 en 56)
236. Van een getal van twee cijfers is gegeven dat dit getal driemaal zo groot is als de som der cijfers. Verwisselen we de cijfers van het getal, dan is het nieuw gevormde getal 45 groter dan het oorspronkelijke. Welk getal is dit?
237. A en B gaan elkaar tegemoet op een weg die 17 km lang is. Vertrekt A een uur eerder, dan ontmoeten zij elkaar een uur na het vertrek van B; vertrekt B zes minuten eerder, dan ontmoeten zij elkaar $1\frac{1}{2}$ uur na het vertrek van A. Hoe groot zijn de snelheden van A en B?
238. Een koopman koopt een stuk laken tegen 4 gulden de meter. Tegen een bepaalde prijs verkoopt hij 60 meter en de rest tegen 4,50 gulden de meter. Hij wint nu 105 gulden. Had hij echter 100 meter tegen de eerste prijs en de rest tegen 2 gulden de meter verkocht, dan zou hij precies het geld dat hij er voor betaalde terug gekregen hebben. Hoeveel meter heeft hij gekocht?
239. Er zijn twee zakken met knikkers. Uit de zak met de meeste knikkers nemen we er 15 en doen die in de andere zak. Nu bevatten beide zakken evenveel knikkers. Nemen we echter uit de kleinste hoeveelheid 30 knikkers en doen we die bij de grootste hoeveelheid, dan bevat de zak met de meeste knikkers $1\frac{3}{4}$ maal zoveel als de kleinste. Hoeveel knikkers zijn er in iedere zak?
240. Het viervoud van een getal plus het drievoud van een ander getal bedraagt 72. Het vijfvoud van het eerste verminderd met het tweevoud van het tweede is 21. Welke getallen zijn dit?
241. Los de onbekenden op uit de volgende vergelijkingen:
- | | |
|---------------------|--------------------|
| $6x + 2y - 5z = 13$ | $5x + 3y + 3z = 1$ |
| $9x + 9y - 6z = 39$ | $2x - 4y + 3z = 3$ |
| $7x + 5y - 3z = 26$ | $x + 5y + z = -2$ |
- (antwoord: $x = 2$; $y = 3$; $z = 1$) (antwoord: $x = \frac{1}{2}$; $y = -\frac{1}{2}$; $z = 0$)
242. $x + y + z + u = 2$
 $x - y + z + 2u = 4$ (antwoord: $x = 1$; $y = 0$; $z = -1$; $u = 2$)
 $3x + 2y - z + u = 6$
 $2x + y + z - 3u = -5$
243. $x + y = a$ (antwoord: $x = \frac{a-b+c-d}{2}$; $u = \frac{a-b+c+d}{2}$
 $y + z = b$
 $z + u = c$ $y = \frac{a+b-c+d}{2}$; $z = \frac{-a+b+c-d}{2}$
 $u - x = d$

R.T.

Aa opgaven 24

Nadruk verboden.

$$244. \quad \frac{6}{x} + \frac{3}{y} - \frac{4}{z} = 3$$
$$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 0$$
$$\frac{5}{x} - \frac{1}{y} + \frac{20}{z} = \frac{32}{3}$$

(antwoord: $x = 3; y = 1; z = 2$)

$$2y + 3z + u = 15$$

$$x + y + z - u = 8$$

$$x + y + z - 2u = 7$$

$$3x + 2y + 2z = 21$$

(antwoord: $x = 3; y = 4; z = 2; u = 1$)

$$245. \quad ax + by + cz = d$$
$$a^2x + b^2y + c^2z = d^2$$
$$a^3x + b^3y + c^3z = d^3$$

(antwoord: $x = \frac{d(b-d)(c-d)}{a(a-b)(a-c)}$

$$y = \frac{d(a-d)(d-c)}{b(a-b)(b-c)}$$

$$z = \frac{d(a-d)(b-d)}{c(a-c)(b-c)}$$

$$246. \quad 4x - 3y - 2z = 12$$
$$z + 2y - 23 = 0$$
$$z = 3$$

$$x + 4y + 8z = 33$$
$$x - 16z = -24$$
$$x + 16z = 44$$

$$247. \quad x + y - z = 126$$
$$8(x + 2y) = 7(3y + 4z)$$
$$9(3y + 4z) = 8(5x + 6y)$$

$$x + y + z = a$$
$$nx - my = 0$$
$$qy - pz = 0$$

$$248. \quad 2x - 3y + 4z - u = 4$$
$$x + 2y - 3z + 2u = 4$$
$$2x - y + 3z + 3u = 24$$
$$x + y - z + 2u = 8$$

$$249. \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3}{z} = 1$$
$$\frac{5}{x} + \frac{4}{y} + \frac{6}{z} = 24$$
$$\frac{7}{x} - \frac{8}{y} + \frac{9}{z} = 14$$

$$250. \quad ax + y + z = 1$$
$$x + ay + z = a$$
$$x + y + az = a^2$$

$$\frac{15}{x} - \frac{12}{y} = 2$$
$$\frac{5}{x} + \frac{5}{z} = \frac{3}{2}$$
$$\frac{2}{x} - \frac{10}{z} = 1$$

251. Herleid de volgende wortelvormen:

$$\sqrt[5]{a^{10}}; \quad \sqrt[3]{a^6b^9}; \quad \sqrt{a^8b^6c^4}; \quad \sqrt[8]{p^{24}q^{32}}$$

(antwoord resp: a^2 ; a^2b^3 ; $a^4b^3c^2$; p^3q^4)

252. Breng zoveel mogelijk factoren voor het wortelteken:

$$\sqrt{18}; \quad \sqrt[3]{a^5b^6}; \quad \sqrt[7]{a^{15}b^{26}}; \quad \sqrt[4]{p^7q^9r^{12}}$$

(antwoord resp: $3\sqrt{2}$; $ab^2\sqrt[3]{a^2}$; $a^2b^3\sqrt[7]{ab^5}$; $pq^2r^3\sqrt[4]{p^3q}$)



253. Breng alle factoren onder het wortelteken:

$$a^2 b^3 \sqrt{ab^2}; \quad p^3 x^4 \sqrt[5]{a^2 b^3}; \quad 3(a+b) \sqrt[4]{a^2 b}$$

(antwoord resp: $\sqrt[3]{a^7 b^5}$; $\sqrt[5]{p^{15} x^{20} a^2 b^3}$; $\sqrt[4]{3^4 (a+b)^4 a^2 b}$)

254. Herleid de volgende wortelvormen:

$$\sqrt{\frac{5}{6}}; \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}}; \quad \sqrt[5]{\frac{p^3}{q^2}}; \quad x \frac{a^2}{x}$$

(antwoorden resp: $\frac{1}{6} \sqrt{30}$; $\sqrt[3]{ab^2}$; $\frac{1}{q} \sqrt[5]{p^3 q^3}$; $\sqrt[4]{a^2 x^3}$)

255. Idem:

$$a^2 b \sqrt[5]{\frac{b^3}{a^2}}; \quad p^3 q^2 \sqrt[3]{\frac{q}{r^5}}; \quad x^2 y^4 z^2 \sqrt{\frac{1}{xy^3 z^5}}$$

(antwoord resp: $ab \sqrt[5]{a^3 b^3}$; $pq^2 \sqrt[3]{pq}$; $\frac{xy^2}{z} \sqrt{xyz}$)

256. Herleid de volgende wortelvormen:

$$\sqrt[4]{a^{20}}; \quad \sqrt[6]{a^{12} b^{42}}; \quad \sqrt[10]{a^{80} b^{60} c^{20}}; \quad \sqrt[3]{a^6 b^3 c^{18}}; \quad \sqrt[5]{p^{10} q^{15} r^{30}}$$

257. Breng zoveel mogelijk factoren voor het wortelteken:

$$\sqrt[5]{a^9 b^8}; \quad \sqrt[3]{8a^4 b^6 c^8}; \quad \sqrt{(a+b)^4 (c-d)^2}; \quad \sqrt[7]{a^8 b^3 c^{44} d^{12}}$$

258. Breng de factoren voor het wortelteken onder het wortelteken:

$$p^3 q x \sqrt[4]{p^2 q^2}; \quad (a+b)^3 \sqrt[5]{(a+b)^2}; \quad a^2 b^2 c \sqrt[8]{a^3 b c^5}; \quad a^5 \sqrt{a}$$

259. Herleid de volgende wortelvormen:

$$\sqrt[3]{\frac{b}{ac^2}}; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 y}}; \quad \sqrt[5]{\frac{a^2 b}{c^3 d^4}}; \quad \sqrt[3]{\frac{3}{x^2 y}}; \quad \sqrt{\frac{1}{p^4 q^3}}; \quad \sqrt[8]{\frac{a^2 b}{c^3 d^2 f^4}}$$

260. $x^2 \sqrt[4]{\frac{y}{x^3}}; \quad 3d \sqrt[3]{\frac{ab}{9d^2}}; \quad (a-b)^3 \sqrt{\frac{b}{a-b}}; \quad (a-b) \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$

261. Breng de wortelvormen onder één noemer:

$$\sqrt[5]{a^2} \sqrt{ab^2} \sqrt[10]{a^3 b^4}; \quad \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{xy^2} \cdot \sqrt[6]{x^3 y^4}; \quad \sqrt[5]{a^2 b^2 c^3} \cdot \sqrt[15]{a^4 b^8} \cdot \sqrt[30]{a^7 b^{11}}$$

(antwoord resp: $ab \sqrt[5]{ab^2}$; $xy \sqrt[12]{x^5 y^2}$; $b^{10} \sqrt[9]{a^9 b^3 c^6}$)

262. Vereenvoudig de volgende wortelvormen:

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \cdot \sqrt{x^2 + 3x - 10} \cdot \sqrt{x^2 + 6x + 5}; \quad \left(\frac{ab}{c} \sqrt{\frac{c}{ab}}\right)^3 \cdot \left(\frac{c}{a^2} \sqrt{\frac{a}{bc}}\right)^5$$

(antwoord resp: $(x-2)(x+1)(x+5)$; $\frac{c}{a^6 b}$)

R.T.

Aa opgaven 26

Nadruk verboden.

$$263. \quad \sqrt{\frac{ab}{c}} : \sqrt[3]{\frac{a^2b}{c}}; \quad \sqrt[3]{-ab} : \sqrt[3]{a}; \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} : \sqrt[5]{\frac{a^2}{b}}$$

(antwoord resp: $\frac{1}{ac} \sqrt[6]{a^5bc^5}$; $-\sqrt[3]{b}$; $\frac{1}{ab} \sqrt[15]{a^{14}b^{13}}$)

$$264. \quad \frac{\sqrt[5]{\frac{a^3(a+b)^4}{c^3}}}{\sqrt[5]{\frac{c^4(a+b)^3}{a^2b^3}}}; \quad \frac{\sqrt[3]{\frac{(a+b)^2c^2}{a^2b}}}{\sqrt[3]{\frac{ab^2(a+b)}{c^2}}}$$

(antwoord resp: $\frac{a}{c^2} \sqrt[5]{b^3c^3(a+b)}$; $\frac{c}{ab} \sqrt[3]{c(a+b)}$)

$$265. \quad \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{y^2} \sqrt{xy}}; \quad \frac{\sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[4]{a^2b} \cdot \sqrt[5]{a^2b^3}}; \quad \frac{\sqrt[3]{-5a^2b}}{\sqrt[3]{ab}}$$

(antwoord resp: $\frac{1}{y} \sqrt[6]{x^2y^3}$; $\frac{\sqrt[60]{a^{16}b^{59}}}{b}$; $-\sqrt[3]{5a}$)

$$266. \quad \sqrt{\frac{2pq}{3a}} \cdot p \sqrt{\frac{pq}{4a}}; \quad 4 \sqrt{\frac{ab^3}{c^3}} \cdot 5 \sqrt{\frac{c^5d^2}{b^5}}; \quad \sqrt{\frac{x-y}{x^2+xy}} \cdot \sqrt{\frac{x+y}{xy-y^2}}$$

$$267. \quad \sqrt[3]{\frac{a+b}{a^3-a^2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{ab-b^2}{ab+a^2}}; \quad \sqrt[5]{\frac{a+b}{(a-b)^2}} \cdot \sqrt[5]{\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}} \cdot \sqrt[5]{\frac{a^4-b^4}{(a+b)^3}}$$

$$268. \quad \sqrt{\sqrt{16a^4b^8}}; \quad \sqrt[3]{\sqrt{64a^{18}b^{24}}}; \quad \sqrt[4]{\sqrt{2^8p^{16}q^8}}; \quad \sqrt[5]{\sqrt{32a^{10}b^{15}}}$$

$$269. \quad \sqrt{2x^2-13x+6} \cdot \sqrt{4x^2-9} \cdot \sqrt{6x^2+5x-6}$$

$$\sqrt[3]{(a^2-ab)^2} \cdot \sqrt{ab-b^2} \cdot \sqrt[6]{a^2b-ab^2}$$

$$270. \quad (a\sqrt{ab})^3 \cdot (b\sqrt{ab})^5 \cdot \left(\frac{a}{b} \sqrt[3]{a^2b^2}\right)^7; \quad \left(\sqrt[5]{-x^2y^4}\right)^3 \cdot \left(\sqrt[5]{xy^3}\right)^4 \cdot \left(\frac{y}{x} \sqrt[5]{-x^4y^3}\right)^6;$$

$$\left(\sqrt[3]{-a^2}\right)^4 \cdot \left(\sqrt[3]{-ab^2}\right)^5 \cdot \left(-a^3\sqrt{-ab}\right)^7 \cdot \left(-a^2b \sqrt[3]{ab^2}\right)^5$$

$$271. \quad 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \quad (\text{antwoord: } \sqrt{3})$$

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{500} - \sqrt[3]{32} \quad (\text{antwoord: } 4\sqrt[3]{4})$$

$$2\sqrt{\frac{1}{3}} + 9\sqrt{\frac{3}{25}} + \sqrt[4]{9} \quad (\text{antwoord: } 3\frac{7}{15}\sqrt{3})$$

$$272. \quad \sqrt[3]{\frac{27a^4}{2c}} - \sqrt[3]{\frac{ax^4}{54c}} \quad (\text{antwoord: } \frac{9ax-x}{6c} \sqrt[3]{4axc^2})$$

$$(a^2-1) \sqrt{\frac{9}{a-1}} - \sqrt{9a^3-9a^2} \quad (\text{antwoord: } 3\sqrt{a-1})$$



273. $\sqrt{ab} \times \sqrt[3]{-2b^2} \times \sqrt[4]{a^2b} \times \sqrt[6]{32ab}$ (antwoord: $-2ab \sqrt[12]{4a^2b^7}$)
 $\left(\frac{8}{3} \sqrt{\frac{6}{5}} + 2\sqrt{70}\right) \sqrt{5} - \left(\sqrt{\frac{8}{3}} + 30\sqrt{\frac{7}{18}}\right)$ (antwoord: $2\sqrt{6} + 5\sqrt{14}$)
274. $(\sqrt{a} + \sqrt{2ax}) \sqrt{a} - \left(\sqrt{\frac{a}{x}} - a\sqrt{\frac{2}{a}}\right) \sqrt{ax}$ (antwoord: $2a\sqrt{2x}$)
 $(\sqrt{a+b} + \sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a+b} - \sqrt{a})$ (antwoord: b)
 $(a - \sqrt{1-a^2})^2$ (antwoord: $1 - 2a\sqrt{1-a^2}$)
275. $\frac{6 - 8\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ (antwoord: $\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + 2$)
 $\frac{\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}}{\sqrt[4]{ab}}$ (antwoord: $\frac{b-a}{ab} \sqrt[4]{ab}$)
276. $\sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{5000} + 4\sqrt[3]{625}$; $3a\sqrt{28} - a\sqrt{175}$;
 $-\sqrt{45} - 3\sqrt[3]{-40} + 3\sqrt{180} + 3 + 3\sqrt[3]{135}$
277. $(2+a)\sqrt{\frac{1-a}{1+a}} + 2 - a\sqrt{\frac{1+a}{1-a}} - (1+a^2)\sqrt{\frac{1}{1-a^2}}$ als $a < 1$ is.
278. $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}} - \sqrt{\frac{a^2}{b^2}}\right) \cdot \frac{1}{b} \sqrt[4]{\frac{a^2}{b^2}}$
 $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{d})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} + \sqrt{d})$
 $\left(x + \frac{1}{2}y + \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}y^2}\right) \left(x + \frac{1}{2}y - \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}y^2}\right)$
279. $\sqrt{1 + \frac{x-y}{x+y}} \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{y^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{xy}{x-y}}$
 $\sqrt{\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a+x}{a-x}}$
280. $\frac{\sqrt{a} - \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a^3}}$; $\frac{ab + a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$
 (antwoord: $\frac{\sqrt[4]{a^3} - \sqrt[12]{a^{11}}}{a}$; $\sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$)
281. $\frac{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}$ (antwoord: $\frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{b}$)
 $\left(\frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} + \frac{1-\sqrt{a}}{\sqrt{a}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \frac{1-\sqrt{a}}{\sqrt{a}}\right)$ (antwoord: $\frac{1}{2a-1}$)

R.T.

Aa opgaven 28

Nadruk verboden.

$$282. \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

(antwoord: 0)

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{6}}$$

(antwoord: $\frac{11 + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{15} + \sqrt{30}}{14}$)

$$283. \frac{2\sqrt{35} + 1}{\sqrt{11} + \sqrt{7} + \sqrt{5}}$$

(antwoord: $\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{11}$)

$$\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6}}$$

(antwoord: $\frac{10\sqrt{3} + 12\sqrt{5} - 15\sqrt{6} + 3\sqrt{10}}{14}$)

$$\frac{1 + 2\sqrt{14} - 2\sqrt{15}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

(antwoord: $\sqrt{2} + \sqrt{7} - \sqrt{3} - \sqrt{5}$)

$$284. \frac{\left(1 - \frac{2}{x}\right)\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x^2 \sqrt[3]{x^2 - 4x + 4} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^2 - 6x + 9}{x - 2}}}$$

(antwoord: $\frac{x - 2}{x^3} \sqrt[12]{x - 2}$)

$$285. \frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{3}};$$

$$\frac{\sqrt{8} + 2\sqrt{42}}{\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7}}$$

$$286. \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{7}};$$

$$\frac{14\frac{1}{3} + 13\sqrt{\frac{7}{6}}}{\sqrt{\frac{7}{3}} + 2\sqrt{\frac{1}{2}}}$$

$$287. \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}};$$

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}};$$

$$\sqrt{ab} - \frac{ab}{a - \sqrt{ab}}$$

$$288. 2(1 + \sqrt{x})\sqrt{1 + x} + \frac{1}{4(2x + 1) + 8\sqrt{x(1 + x)}} - \frac{2x + 1 + 2\sqrt{x(1 + x)}}{4}$$

$$289. \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}};$$

$$\frac{156 + 12\sqrt{11}}{6 + 14\sqrt{2} - 2\sqrt{11}}$$

$$290. \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

$$291. \sqrt{11 + 2\sqrt{30}}$$

(antwoord: $\sqrt{6} + \sqrt{5}$)

$$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

(antwoord: $\sqrt{3} + \sqrt{2}$)

$$\sqrt{9 + 2\sqrt{18}}$$

(antwoord: $\sqrt{6} + \sqrt{3}$)

$$292. \frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{10} - 4\sqrt{3}}$$

(antwoord: niet herleidbaar)

(antwoord: niet herleidbaar)

$$293. \sqrt{17 + 4\sqrt{15}}$$

(antwoord: $2\sqrt{3} + \sqrt{5}$)

$$\sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

(antwoord: $\frac{1}{2}\sqrt{10} - \frac{1}{2}\sqrt{6}$)



$$294. \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - p^2}}}{\sqrt{ax - 2a\sqrt{ax - a^2}}} \quad \text{antwoord: } \frac{1}{2}\sqrt{2(1-p)} + \frac{1}{2}\sqrt{2(1+p)}$$

$$\quad \text{antwoord: } a - \sqrt{ax - a^2}$$

$$295. \sqrt{(p+q)^2 - (p+q)\sqrt{pq}} \quad \text{antwoord: } \sqrt{p(p+q)} - \sqrt{q(p+q)}$$

$$296. \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}; \quad \sqrt{18 + 2\sqrt{45}}; \quad \sqrt{20 - 2\sqrt{91}}$$

$$297. \sqrt{4 + 2\sqrt{6 + \sqrt{5}}}; \quad \sqrt{10 - \sqrt{57 - 24\sqrt{3}}}$$

$$298. \sqrt{7 - 3\sqrt{5}} + \sqrt{7 + 3\sqrt{5}}; \quad \sqrt{4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}\sqrt{3}}$$

$$299. \sqrt{\left\{b^2 - ab + \frac{1}{4}a^2 + \sqrt{(4ab^3 - 8a^2b^2 + a^3b)}\right\}}$$

$$300. \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}; \quad \frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{33 - 20\sqrt{2}}}; \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}}$$

$$301. \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}}{\sqrt{7 - \sqrt{13}}} \quad \text{(antwoord: } \sqrt{5} + \sqrt{3} \text{)}$$

$$\quad \text{(antwoord: } \frac{1}{2}(\sqrt{26} - \sqrt{2}) \text{)}$$

$$302. \frac{20}{\sqrt{5 - \sqrt{5}}} \quad \text{(antwoord: } 2\sqrt{25 + 5\sqrt{5}} \text{)}$$

$$(2 + \sqrt{3})\sqrt{2 + \sqrt{3}} + (2 - \sqrt{3})\sqrt{2 - \sqrt{3}} \quad \text{(antwoord: } 3\sqrt{6} \text{)}$$

$$303. \frac{1}{\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}} \quad \text{(antwoord: } \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{)}$$

$$\frac{4}{\sqrt{8 + 4\sqrt{3}}} \quad \text{(antwoord: } \sqrt{6} - \sqrt{2} \text{)}$$

$$304. \sqrt{5 + 2\sqrt{6 + a - a^2}} \quad \text{(antwoord: } \sqrt{2 + a} + \sqrt{3 - a} \text{)}$$

$$\sqrt{\frac{35}{36} + \frac{1}{3}\sqrt{6}} \quad \text{(antwoord: } \frac{1}{2}\sqrt{6} + \frac{1}{3}\sqrt{2} \text{)}$$

$$305. \sqrt{9 - 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} - \sqrt{6 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} \quad \text{(antwoord: } -\sqrt{14 - 2\sqrt{37}} \text{)}$$

$$306. \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}{\sqrt{2 + \sqrt{7 - 2\sqrt{10}}}}; \quad \frac{113}{4\left(3\sqrt{5} - \sqrt{4\frac{1}{4} + \sqrt{15}}\right)}$$

$$307. \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}}; \quad \sqrt{3\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}}$$

R.T.

Aa opgaven 30

Nadruk verboden.

$$308. \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3 + 8\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$$

$$309. \sqrt{5 + \sqrt{6}} - \sqrt{5 - \sqrt{6}}; \quad \sqrt{4 - \sqrt{3}} - \sqrt{4 + \sqrt{3}}$$

$$310. \sqrt{9 - 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} - \sqrt{6 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}$$

Trek de vierkantswortel uit de volgende veeltermen:

$$311. 4x^2 - 2xy + 2xz + 20x + 9y^2 - 30y + 25 \quad (\text{antwoord: } 2x - 3y + 5)$$

$$9a^2 + 24ab + 6ac + 16b^2 + 8bc + c^2 \quad (\text{antwoord: } 3a + 4b + c)$$

$$312. x^2 - 2xy + 2xz - 2xv + y^2 - 2yz + 2yv + z^2 - 2zv + v^2 \quad (\text{antwoord: } x - y + z - v)$$

$$16x^2 + 25y^2 + 9z^2 + 40xy + 24xz - 30yz \quad (\text{antwoord: } 4x - 5y + 3z)$$

$$313. 49a^2 - 42ab + 9b^2 + 56ac - 24bc + 16c^2 \quad (\text{antwoord: } 7a - 3b + 4c)$$

$$314. 9a^{2n+2} + 42a^{4n-2} + 103a^{6n-6} + 126a^{8n-10} + 81a^{10n-14}$$

$$(\text{antwoord: } 3a^{n+1} + 7a^{3n-3} + 9a^{5n-7})$$

$$315. \frac{4}{x^3} - \frac{4}{x^2} + \frac{20}{x^2} \sqrt{x} + \frac{1}{x} - \frac{10}{x} \sqrt{x} + 25 \quad (\text{antwoord: } \frac{2}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} - 5)$$

$$316. a^2 + 4ab + 2ac + 4b^2 + 4bc + c^2$$

$$317. x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$$

$$318. a^2 - 6ab + 10ac - 14a + 9b^2 - 30bc + 42b + 25c^2 - 70c + 49$$

$$319. 4a^2 + 12b + \frac{9b^2}{a^2}$$

$$320. 4\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} - \frac{47}{4} - \frac{3}{x}\sqrt[3]{x^2} + \frac{9}{x}\sqrt[3]{x}$$

321. Herleid de volgende opgaven:

$$a^{-2} + b^{-2}; \quad (a-b)^{-2}; \quad (a^{-1} + b^{-1})^2; \quad (a^2 + b^2)^{-1}; \quad a^2 + b^{-2}$$

$$(\text{antwoord resp: } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}; \quad \frac{1}{(a-b)^2}; \quad \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2; \quad \frac{1}{a^2+b^2}; \quad a^2 + \frac{1}{b^2})$$

$$322. 1 \div a^{-2}; \quad 1 \div a^{-3}; \quad a^0 \div b^{-3}; \quad p^3 \div q^{-2}; \quad a^n \div a^0$$

$$(\text{antwoord resp: } a^2; \quad a^3; \quad b^3; \quad p^3 \cdot q^2; \quad \frac{1}{a^n})$$

$$323. (a^2 + b^2) \div (a + b)^{-1} \quad (\text{antwoord: } \frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{a^2b^2})$$



$$x^{p-n} \cdot x^{n-q} \cdot x^{q-p} \quad (\text{antwoord: } 1)$$

324. Herleid tot machten van 10:

$$100; \quad 0,1; \quad 0,01; \quad 1; \quad 1000^2; \quad \left(\frac{1}{100}\right)^5$$

(antwoord resp: 10^2 ; 10^{-1} ; 10^{-2} ; 10^0 ; 10^6 ; 10^{-10})

325. $(-2)^{-3}$; $(-1)^{-6}$; $(-3)^{-5}$; $(-3a)^{-2}$; $(-10p^2)^{-3}$

(antwoord resp: $-\frac{1}{8}$; 1 ; $-\frac{1}{3^5}$; $\frac{1}{9a^2}$; $\frac{1}{1000p^6}$)

326. Schrijf de volgende vormen als een product:

$$\frac{a}{b^n}; \quad \frac{5}{2a}; \quad \frac{1}{a+b}; \quad \frac{1}{a^2+b^2}; \quad \frac{1}{(a+b)^2}; \quad \frac{2}{c-d}$$

327. Herleid de volgende vormen:

$$(a^{-1} + b^{-1}) \div (a^{-2} - b^{-2}); \quad (a^{-1} - b^{-1})^{-1} \div (a+b)^0$$

328. Idem:

$$[a^{-1} \div (a^{-2} - a^{-1})]^{-2}; \quad \frac{1}{7^{-3}} + \frac{1}{7^{-2}} + \frac{1}{7^{-1}} + \frac{1}{7^0}$$

329. Schrijf de volgende vormen als machten van 2:

$$8; \quad 1; \quad \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{8}; \quad 0,125; \quad \frac{1}{32}$$

330. $\frac{a^{-5} \times a^{-7}}{a^{-8}};$ $\frac{2a^{-5}b^2 \times 5a^2b^{-7}}{3a^{-3}b^{-3} \times 6a^{-1}b^{-1}}$

331. Herleid:

$$x^{\frac{1}{a+b}} \cdot x^{\frac{1}{a-b}} \cdot x^{\frac{-2a}{a^2-b^2}} \quad (\text{antwoord: } 1)$$

$$x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{1}{30}} \quad (\text{antwoord: } x^2)$$

332. $\left[a^{\frac{1}{2}} \times (a^{-2})^{\frac{1}{3}} \right]^{-\frac{1}{7}} \div \left(a^{-\frac{1}{6}} \right)^{-\frac{1}{7}}$ (antwoord: 1)

333. $\{2a^2(3b)^{-1}\}^{\frac{1}{3}} \times \{2c(3df)^{-1}\}^{-\frac{1}{2}} \div (6^{-1}a^{-2}b^{-3}c^{-1})^{\frac{1}{4}}$ (antwoord: $a^{12}\sqrt{23^5a^2b^5c^9d^6f^6}$) ?

334. $\left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{10}} \right)^{\frac{1}{8}}$ (antwoord: $\sqrt[5]{a}$)

$$\left(a^{\frac{3}{4}} \div a^{\frac{2}{3}} \right)^{12} \quad (\text{antwoord: } a)$$

335. $\frac{a^{-1\frac{1}{12}}\sqrt{b^{\frac{2}{3}}}}{a^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{c^2}} \times \frac{\sqrt[3]{\frac{c-1}{a}}}{\left(\frac{a^2}{b}\right)^{-\frac{2}{3}}\sqrt{c^{-\frac{3}{2}}}}$ (antwoord: $\frac{1}{bc} \sqrt[12]{a^7b^8c^9}$)

R.T.

Aa opgaven 32

Nadruk verboden.

$$336. \quad \left(a^{2\frac{1}{2}} b^{-3\frac{1}{2}} c^{1\frac{1}{4}}\right)^{-4}; \quad \left(a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(a^2 b^{-\frac{1}{2}} c^{2\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$337. \quad a^{\frac{2}{5}} \sqrt{a^{-3} \sqrt{a^{\frac{3}{5}}}}; \quad \sqrt[3]{\left\{a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}} \sqrt{a^{-\frac{6}{5}} b^{\frac{9}{4}}}\right\}}$$

$$338. \quad \frac{a^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\left\{a^{-\frac{3}{4}} \sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a^{-\frac{1}{2}}}\right\}^{\frac{2}{3}}}}{\sqrt[3]{\left[a \sqrt{\left\{a^{-2} \sqrt{a} \sqrt{a^{\frac{5}{2}}}\right\}} \right]}} =$$

$$339. \quad \sqrt{\frac{bc}{3\sqrt{a}}} \times \sqrt[6]{\frac{a}{b^{\frac{2}{3}} c}} \times \sqrt[3]{\left(\frac{a^{\frac{3}{2}} b^{-1}}{c^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-5}} \sqrt[5]{\frac{a^{-2\frac{1}{2}} b^{\frac{6}{3}} \sqrt{c}}{c^{-7}}}$$

$$340. \quad \sqrt[4]{\left\{\frac{1}{x^3} \sqrt[3]{\left(2x^2 \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}}}\right)}\right\}}; \quad \sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{x}}{2x}} \cdot \sqrt{\frac{2x}{3\sqrt{x}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{x^5}}$$

$$341. \quad \text{Vereenvoudig:} \quad \frac{a + \sqrt{a^2 - 1}}{a - \sqrt{a^2 - 1}} - \frac{a - \sqrt{a^2 - 1}}{a + \sqrt{a^2 - 1}}$$

$$342. \quad \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}}$$

343. Los x , y en z op uit:

$$5x - 2\sqrt{y} + 3\sqrt[3]{z} = 7$$

$$x + 2\sqrt{y} - \sqrt[3]{z} = 7$$

$$3x - \sqrt{y} + \sqrt[3]{z} = 4$$

$$344. \quad \frac{a^2 \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) \left(\frac{a-b}{a+b} - 1\right)}{\left(\frac{a-b}{a+b} + 1\right) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)}$$

345. Bepaal het kleinste gemene veelvoud van:

$$(3a^2 + 7ab - 6b^2)^2; \quad (-6a^2 + ab + 2b^2)^3 \quad \text{en} \quad 2a^2 + 7ab + 3b^2$$

346. Bepaal de coëfficiënt van:

$$a^4 b^6 \text{ in } (a - b)^{10}$$



347. Vereenvoudig:
$$\frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{1+a} + \frac{1}{\frac{1}{a} - 1+a}} =$$

348. Herleid:
$$\frac{(x^2+1)\left(y+\frac{1}{y}\right)-2x}{\left(x+\frac{1}{x}\right)(y^2+1)-2y} \cdot \frac{\frac{y^2}{x+y} + \frac{xy}{x+y}}{\frac{x^2}{x+y} + \frac{xy}{x+y}} =$$

349. Vereenvoudig:
$$\frac{\frac{a^2+b^2}{2ab} - \frac{2ab}{a^2-b^2}}{\frac{a^2-b^2}{2ab} + \frac{2ab}{a^2+b^2}} =$$

350. Herleid:
$$\left[\frac{a^3\sqrt{a^2-b^2}}{a-x}\right]^{-\frac{1}{2n}} \div \left[\frac{a^{-\frac{3}{2}}(a-x)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}\sqrt{a^2x^{-2}-1}}\right]^{\frac{1}{n}} =$$

351. Schrijf met de factor j en herleid zoveel mogelijk:

$$\sqrt{-3} + \sqrt{-27} + \sqrt{-12} \quad (\text{antwoord: } 6j\sqrt{3})$$

$$\sqrt{-50} + \sqrt{-72} - \frac{1}{2}\sqrt{-128} \quad (\text{antwoord: } 7j\sqrt{2})$$

352. Bepaal de volgende machten van j :

$$j^{33}; \quad j^{-15}; \quad j^{27}; \quad j^{82}; \quad j^{20}; \quad j^{4n+2}$$

$$(\text{antwoord resp: } j; j; -j; -1; 1; -1)$$

353. Herleid de volgende producten:

$$\sqrt{-5} \times \sqrt{-6}; \quad \sqrt{-2} \times \sqrt{-3} \times \sqrt{-6}; \quad \sqrt{-a} \times \sqrt{-b} \times \sqrt{-\frac{1}{a}} \times \sqrt{-c}$$

$$(\text{antwoord resp: } -\sqrt{30}; \quad -6j; \quad \sqrt{bc})$$

354. Herleid de volgende quotiënten:

$$\frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{-6}}; \quad \frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{4}}; \quad \frac{\sqrt{-7}}{\sqrt{-8}}; \quad \frac{\sqrt{-25}}{\sqrt{-5}}; \quad \frac{\sqrt{-25}}{\sqrt{5}}; \quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{-5}}$$

$$(\text{antwoord resp: } \sqrt{3}; \quad \frac{3}{2}j; \quad \frac{1}{4}\sqrt{14}; \quad \sqrt{5}; \quad j\sqrt{5}; \quad -j\sqrt{5})$$

355. Herleid:

$$(j\sqrt{2} + j\sqrt{3})(j\sqrt{2} - j\sqrt{3}); \quad (j\sqrt{3} + j\sqrt{5})^3$$

$$(\text{antwoord resp: } 1; \quad -j(18\sqrt{3} + 14\sqrt{5})^3)$$

356. Schrijf met de factor j en herleid zoveel mogelijk:

$$\sqrt{-50x^2} + \sqrt{-2x^2} + \sqrt{-8x^2}; \quad \sqrt{-6a^2} + \sqrt{-\frac{2}{3}a^4} - \sqrt{-54}$$

$$\sqrt{-\frac{17}{3}} + \sqrt{-\frac{49}{3}} - \sqrt{-\frac{100}{3}} - \sqrt{-12}$$

R.T.

Aa opgaven 34

Nadruk verboden.

357. Bepaal de volgende machten van j :

$$j^{12}; \quad j^{25}; \quad j^{31}; \quad j^{4n+3}; \quad j^{-18}; \quad j^{-35}$$

358. Herleid de volgende producten:

$$\begin{array}{ll} \sqrt{-2} \times \sqrt{-3} \times \sqrt{-8} \times \sqrt{-27}; & \sqrt{-a^3} \times \sqrt{-a} \times \sqrt{-a^5} \times \sqrt{-a^2} \\ 2\sqrt{-3} \times 3\sqrt{-2}; & 5\sqrt{-a} \times 2\sqrt{-a^2} \times 3a\sqrt{-a} \times 2a\sqrt{a^5} \end{array}$$

359. Herleid de volgende quotiënten:

$$\frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-8}}; \quad \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{8}}; \quad \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{-8}}; \quad \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{8}}; \quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}; \quad \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}; \quad \frac{\sqrt{-x^4}}{\sqrt{-x^2}}$$

360. Herleid:

$$\frac{\sqrt{-6} - \sqrt{-3}}{\sqrt{-3}}; \quad (2\sqrt{-2} + 3\sqrt{-3})^2; \quad \frac{-\sqrt{-3}}{\sqrt{-7} - \sqrt{-5}}$$

361. Wat is het toegevoegd complexe getal van de volgende getallen:

$$2 - 5j; \quad -3 + 14j; \quad 7j; \quad +3$$

(antwoord resp: $2 + 5j$; $-3 - 14j$; $-7j$; $+3$)

362. Herleid de volgende opgaven en splits de uitkomst in een reëel en een imaginair deel:

$$\frac{4 - 5j}{2 - 3j}; \quad \frac{6 + j}{5 + j}; \quad \frac{1 + j}{1 - j}$$

(antwoord resp: $\frac{23}{13} - \frac{2}{13}j$; $\frac{31}{26} - \frac{31}{26}j$; j)

363. Los de onbekenden op uit:

$$2x - 3jy = 7 + 8j \quad (\text{antwoord: } x = 3\frac{1}{2} \text{ en } y = -2\frac{2}{3})$$
$$3x - 3y + j(2y - 3x) = 7x - 3 + j(5y - 8) \quad (\text{antwoord: } x = -5 \text{ en } y = 7\frac{2}{3})$$

364. Bereken de volgende producten:

$$(3 - 4j)(3 + 4j); \quad (-7 + 5j)(-7 - 5j); \quad (-6 - j)(-6 + j)$$

(antwoord resp: 25 , 74 , 37)

365. Herleid de volgende vorm en splits het antwoord in een reëel en imaginair deel.

$$\frac{2 + 5j}{3 - 4j} + \frac{7 - 2j}{6 + 8j} \quad (\text{antwoord: } -\frac{3}{50} + \frac{6}{25}j)$$

366. Wat is het toegevoegd complexe getal van de volgende getallen:

$$-7 + 2j; \quad -8 - 8j; \quad 3 + 2j; \quad c - jd$$

367. Herleid de volgende opgaven en splits de uitkomst in een reëel – en een imaginair deel:

$$\frac{2 - 5j}{3 + 4j}; \quad \frac{6 - 5j}{6 + 5j}; \quad \frac{6 + 5j}{6 - 5j}; \quad \frac{1 - j}{1 + j}$$



368. Los de onbekenden op uit de vergelijking:

$$7 + x - 3y + j(2x - 4y + 9) = 4 - x + 3y + j(x - y)$$

369. Bereken de volgende producten:

$$(5 + 2j)^2; \quad (3 - 7j)(3 + 7j); \quad (15 - 7j)(15 + 7j)$$

370. Herleid de volgende vormen en splits het antwoord in een reëel- en een imaginair deel:

$$\frac{2-3j}{8+j} - \frac{7-2j}{3+2j}; \quad \frac{j+1}{j-1} + \frac{j-1}{j+1} - (j-1)(j+1)$$

371. Herleid en splits in een imaginair- en reëel deel:

$$\frac{2a+3jb}{a-jb} + \frac{5a-7jb}{a+jb} \quad (\text{antwoord: } \frac{7a^2-10b^2}{a^2+b^2} - j \frac{7ab}{a^2+b^2})$$

$$372. \frac{3x-jx}{2+jx} - \frac{6x+5jx}{4+3jx} \quad (\text{antwoord: } \frac{-20x^2+6x}{25} + j \frac{3x^2-30jx}{25})$$

$$373. \frac{\frac{2-4j}{5+j} - \frac{7+3j}{2-4j}}{4-3j} \quad (\text{antwoord: } \frac{1061}{3250} - j \frac{1273}{3250})$$

$$374. \frac{\frac{1+j}{2-j} - \frac{3+j}{3+4j}}{\frac{2-3j}{6+8j} - \frac{2-5j}{9-12j}} \quad (\text{antwoord: } \frac{1986}{6269} - j \frac{11856}{6269})$$

$$375. a + jb \frac{c-jd}{e+jf} \quad (\text{antwoord: } a + \frac{ec-df}{c^2+f^2} + j \left(b - \frac{de+bc}{e^2+f^2} \right))$$

$$376. \frac{5}{\sqrt{3}+j\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{3}-j\sqrt{2}} - \frac{2}{-\sqrt{3}-j\sqrt{2}}$$

$$377. \frac{3\sqrt{2}+j\sqrt{6}}{\sqrt{3}-j\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}+2j\sqrt{3}}{\sqrt{6}-2j\sqrt{3}}$$

$$378. \frac{\frac{2-3j}{4+2j} - \frac{5+2j}{4-2j}}{\frac{7+j}{2-4j} + \frac{1-j}{2+4j}} + (3-5j)(3+5j)$$

$$379. \frac{a+jb}{c+jd} - \frac{c-jd}{a-jb}; \quad (a-jb)^2 - \frac{a+jb}{b-ja}$$

380. Los x op uit:

$$5 + 2x - 3j + 5jx = 7 - 4j + 2jx - 8x$$

381. Los x en y op uit:

$$\begin{aligned} x\sqrt{5} + y\sqrt{2} &= 2\sqrt{2} + 3j\sqrt{3} & (\text{antwoord: } x &= -\sqrt{10} + \frac{1}{2}j\sqrt{30}) \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{5} &= 5\sqrt{5} & y &= 7 - j\sqrt{3}) \end{aligned}$$

R.T.

Aa opgaven 36

Nadruk verboden.

382. Splits de volgende wortelvormen:

$$\sqrt{7 + j\sqrt{2}} \quad (\text{antwoord: } 3 + j\sqrt{2})$$

$$\sqrt{-22 + 10j\sqrt{3}} \quad (\text{antwoord: } \sqrt{3} + 5j)$$

383. Bereken x en y uit:

$$jx + 2y = j - 2 \quad (\text{antwoord: } x = -2j - 6^{1/2})$$

$$2x - 3jy = 2j - 1 \quad (\text{antwoord: } y = 4j - 2)$$

384. Vereenvoudig:

$$\left[\sqrt[5]{-\frac{a^2b^2}{c^3}} - \sqrt[5]{\frac{a^2c^2}{b^2}} - \sqrt[5]{\frac{(-ab)^2}{(-c)^3}} \right] \times (\sqrt[5]{-ab^2} + \sqrt[5]{ab^2c})$$

(antwoord: $\sqrt[5]{a^2c^2} - \sqrt[5]{a^3c^3}$)

385. Splits de complexe vorm in een reëel- en een imaginair deel:

$$7a - \frac{3b+2jd}{4d-2jd} \quad (\text{antwoord: } 7a - \frac{8bd}{16b^2+4b^2} + j \frac{2(3b^2+4d^2)}{16d^2+4b^2})$$

386. Splits de volgende wortelvormen:

$$\sqrt{1 - j\sqrt{3}}; \quad \sqrt{5 - 2j\sqrt{6}}; \quad \sqrt{6 + j\sqrt{13}}$$

387. Bereken x en y uit:

$$\begin{cases} 2jx - y = 4 - 3j \\ -x + jy = 2 - j \end{cases}$$

388. Vereenvoudig:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{2 - \sqrt{3}}; \quad \sqrt{16 - \sqrt{177 + 8\sqrt{11}}}$$

389. Splits de complexe vorm in een reëel- en een imaginair deel:

$$\frac{3a + 2jb}{4b - 3ja} + \frac{7a - 2jb}{4b + 3ja} - 4a + 2ja - 3jb + b$$

390. Idem:

$$3j - \frac{2j+7}{4-5j}; \quad 4 - 11j - \frac{8+3j}{4-7j}$$

$$5j - \frac{\frac{7+8j}{2-j}}{\frac{3+4j}{1-2j}} \quad jab + \frac{R+jab}{R+\frac{1}{jac}}$$

Bereken de volgende opgaven en splits de uitkomst in een reëel- en een imaginair deel:

391. $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{-a}}{\sqrt{a}-\sqrt{-a}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{-a}}{\sqrt{a}+\sqrt{-a}}$ (antwoord: 0)



$$392. \quad \frac{7+2j}{4-5j} - \frac{3+8j}{5-4j} + \frac{2-8j}{41} + \frac{17}{41}j \quad (\text{antwoord: } \frac{37}{41})$$

$$393. \quad \frac{3-4j}{2 + \frac{5-6j}{4 - \frac{2+j}{3-j}}} \quad (\text{antwoord: } \frac{421}{386} - \frac{253}{386}j)$$

$$394. \quad \frac{1}{j\omega C} + \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} \quad (\text{antwoord: } \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\frac{\omega L R^2}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{1}{\omega C} \right))$$

$$395. \quad \frac{\frac{8-j}{7+j} - \frac{2+4j}{5-5j}}{\frac{2+3j}{8+6j} - \frac{3-5j}{10+10j}} \quad (\text{antwoord: } \frac{13}{58} - 2\frac{9}{29}j)$$

$$396. \quad \frac{\sqrt{b+c} + j\sqrt{c+b}}{\sqrt{b+c} - \sqrt{-b-c}} + \frac{\sqrt{b+c} - j\sqrt{c+b}}{\sqrt{b-c} - \sqrt{-b-c}}$$

$$397. \quad \frac{2-3j}{4+3j} - \frac{4+5j}{5-5j} + \frac{2+3j}{7-j} - \frac{6-j}{8+8j}$$

$$398. \quad \frac{2}{3j - \frac{7+2j}{4 - \frac{3+j}{6-8j}}}; \quad \frac{5+2j}{8-2j - \frac{3+4j}{2-7j + \frac{3-j}{1+j}}}$$

$$399. \quad R + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}; \quad \frac{\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C}\right)(R_2 + j\omega L)}{R_1 + R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$400. \quad \frac{\frac{2-3j}{4+3j} - \frac{4+5j}{5+5j}}{\frac{2+3j}{7+j} + \frac{6+j}{8-6j}}$$

$$401. \quad \frac{\left(\frac{1-j}{1+j} - \frac{1+j}{1-j}\right)^2}{\left(\frac{4+3j}{4-3j} + \frac{4-3j}{4+3j}\right)^2} \times \frac{1-j}{4-3j} \div \frac{4+3j}{1+j}$$

$$402. \quad \left(\frac{1-2j}{3+4j}\right)^3; \quad (2-j)^5$$

403. Los x en y op uit:

$$x + y = 6 + j \frac{(3-4j)}{2-j} + 5j$$

$$3x - 2y = \frac{7-2j}{4+j} - \frac{3+2j}{1-2j}$$

R.T.

Aa opgaven 38

Nadruk verboden.

404. Idem uit:

$$x + jy = \frac{2 - 3j}{4 + 3j}$$

$$3jx - 2y = \frac{4 + 5j}{4 - 3j}$$

405. Herleid:

$$\frac{5 - j\sqrt{5}}{\sqrt{5 + j\sqrt{5}}} \times \frac{5 + j\sqrt{5}}{\sqrt{5 - j\sqrt{5}}}$$

406. $\{\sqrt{a+b} + j\sqrt{a-b}\}^2 + \{\sqrt{a+b} - j\sqrt{a-b}\}^2$

407. $(a + jb)^3 - (a - jb)^3$; $(a + jb)^2 - (a - jb)^2$

408. Herleid:

$$\left(\frac{a^3\sqrt{a^2-x^2}}{a-x}\right)^{-\frac{1}{2x}}; \quad \left\{\frac{a^{-\frac{3}{2}}(a-x)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}\sqrt{a^2x^{-2}-1}}\right\}^{\frac{1}{x}}$$

409. $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{7} + 2\sqrt{10}}$

410. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{(2+\sqrt{3})^2 + (2-\sqrt{3})^2}$

Fig. 42,2*²

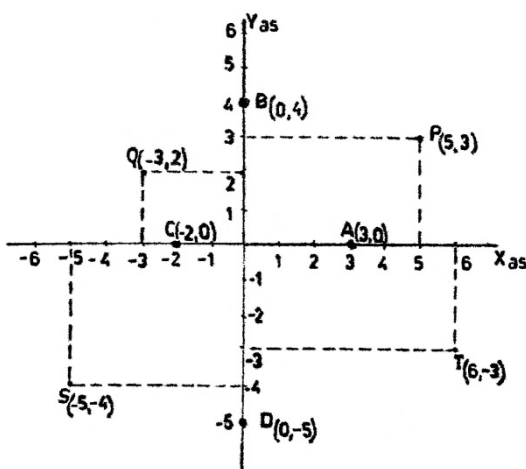
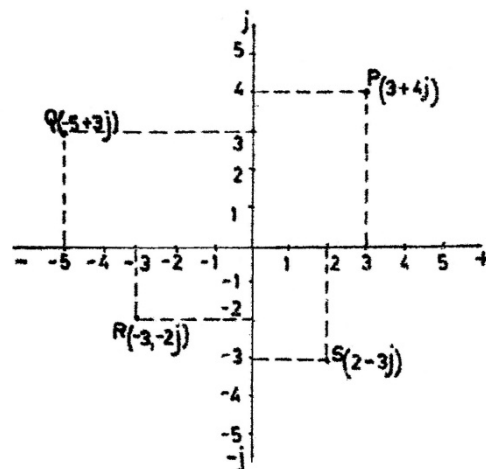


Fig. 42,3



²* De illustraties zijn voor het gemak overgenomen uit les 42 blz 84. (FV)



411. Hoe groot is de afstand PQ uit fig. 42,2 ?

Oplossing: Verbind P met Q , trek vanuit Q een lijn $\parallel x$ -as en vanuit P een lijn $\parallel y$ -as. Stel het snijpunt R . Nu is ΔPQR rechthoekig in R . $RQ = 8$; $PR = 1$. Volgens de stelling van Pythagoras is $PQ = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65}$.

412. Waar ligt het punt $(0,0)$ in fig. 42,2 ?

(antwoord: In het snijpunt van het assenkruis.)

413. Waar liggen in fig. 42,3 de punten 3 ; -5 ; $2j$; $-6j$?

(antwoord: Het punt 3 ligt op de reële as, 3 eenheden rechts van het snijpunt der assen; het punt -5 ligt op de reële as, 5 eenheden links van het snijpunt. Het punt $2j$ ligt op de imaginaire as, twee eenheden naar boven t.o.v. het snijpunt der assen gerekend. Het punt $-6j$ ligt eveneens op de imaginaire as, 6 eenheden naar beneden gerekend vanaf het snijpunt.)

414. Hoe groot is de afstand PS en de afstand QT uit fig. 42,2 ?

415. Idem: de afstanden BD , AC , AD , TD en PT .

416. Teken in een complex vlak de punten:

$A(6 - 4j)$; $B(-2 - 3j)$; $C(j)$; $D(-j)$; $E(-1)$; $F(2 + 8j)$.

417. Bepaal de modulus en $\tan \varphi$ van de volgende complexe vormen:

$3 + 4j$; $-2 + 5j$; $-3j$; $+2$.

(antwoord: van $3 + 4j$ is de modulus $= \sqrt{4 + 16} = 5$ en $\tan \varphi = \frac{4}{3}$; van $-2 - 5j$ is de modulus $= \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$ en $\tan \varphi = -\frac{5}{2}$; van $-3j$ is de modulus $= 3$ (nl. $\sqrt{0 + 9}$), $\tan \varphi = \frac{-3}{0} = \infty$ d.w.z. $\varphi = 90^\circ$; van $+2$ is de modulus $= 2$ en $\tan \varphi = \frac{0}{2} = 0$, dus $\varphi = 0$.)

418. Op een serieschakeling van een spoel $L = 300 \mu H$ en een weerstand $R = 400 \Omega$ wordt een wisselspanning met een frequentie $\omega = 10^6$ aangesloten. Hoe groot is de impedantie en de tangens van de hoek van faseverschuiving:

(antwoord: $Z = 500 \Omega$; $\tan \varphi = \frac{3}{4}$.)

419. Op een serieschakeling van een condensator met een capaciteit van $200 pF$ en een weerstand $R = 5000 \Omega$ wordt een wisselspanning met $\omega = 10^6$ aangesloten. Hoe groot is de impedantie van de schakeling en de tangens van de hoek van faseverschuiving?

(antwoord: $\bar{Z} = R - \frac{j}{\omega C} = 5000 - \frac{j}{10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-10}} = 5000 - 5000j$, dus $Z = 5000\sqrt{2}$;
 $\tan \varphi = \frac{-5000}{5000} = -1$.)

420. Idem: als opgave 418, doch nu zijn de spoel en de weerstand parallel geschakeld.

(antwoord: $\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{400} + \frac{1}{j300} = \frac{1}{400} - \frac{j}{300}$.)

$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{16 \cdot 10^4} + \frac{1}{9 \cdot 10^4}} = \frac{5}{1200} = \frac{1}{240}$, dus $Z = 240 \Omega$, $\tan \varphi = -\frac{\frac{1}{300}}{\frac{1}{400}} = -\frac{4}{3}$

R.T.

Aa opgaven 40

Nadruk verboden.

421. Idem: als opgave 419, doch nu zijn de condensator en de weerstand parallel geschakeld.
(antwoord: $Z = 2500\sqrt{2} \Omega$; $\tan \varphi = 1.$)
422. Bepaal de modulus en $\tan \varphi$ van de volgende vormen:
 $3 - 4j$; $-9 + 16j$; $-8j$; $+4$; $+2j$; -3
423. Idem van:
 $1 + j$; $1 - j$; $-1 + j$; $-1 - j$; $3 + 3j$; $-4 - 4j$.
424. Op een serieschakeling van een spoel met een zelfinductie $L = 50 \mu H$ en een weerstand $R = 100 \Omega$ is een wisselspanning aangesloten met $\omega = 5 \cdot 10^4$. Bereken de impedantie en $\tan \varphi$ van deze schakeling.
425. Idem: als opgave 424, doch zijn nu L en R parallel geschakeld.
426. Op een serieschakeling van een condensator met een capaciteit van $100 pF$ en een weerstand van 400Ω is een wisselspanning aangesloten met $\omega = \frac{1}{3} \cdot 10^8$. Bereken de impedantie en $\tan \varphi$ van deze schakeling.
427. Idem: als opgave 426, doch nu zijn C en R parallel geschakeld.
428. Bereken de impedantie en de tangens van de hoek van faseverschuiving van een serieschakeling van een weerstand $R = 1000 \Omega$, een zelfinductie $L = 50 \mu H$ en een condensator met een capaciteit $C = 100 pF$. $\omega = 2 \cdot 10^6$. Bereken tevens de resonantiefrequentie.
429. Bepaal de modulus van de volgende opgaven:
 $(3 - 4j)(5 + 2j)$; $(2 - 3j)(4 + j)$; $(a - jb)(c - jd)$.
(antwoord resp: $5\sqrt{29}$; $\sqrt{221}$; $\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)}$.)
430. Idem van: $\frac{6 - 5j}{3 + 4j}$; $\frac{2 + 7j}{1 - j}$; $\frac{3 - 5j}{12 + 16j}$
(antwoord resp: $\frac{1}{5}\sqrt{61}$; $\frac{1}{2}\sqrt{106}$; $\frac{1}{20}\sqrt{34}$)
431. Idem van: $(a - jb)^4$; $(2 - 3j)^6$; $(1 - 3j)^2$; $(2 - j)^3$.
(antwoord resp: $(a^2 + b^2)^2$; 13^3 ; 10 ; $5\sqrt{5}$)
432. Idem van: $\frac{(2 - 3j)^4}{(-3 + 4j)^3}$; $\frac{(1 + 3j)^4(2 - 2j)^2}{(1 - j)^3}$
(antwoord resp: $\frac{169}{125}$; $200\sqrt{2}$)
433. Idem van: $(2 - 4j)(3 + 2j)$; $(-1 + j)(1 - j)$; $(2 - 3j)(4 - j)$
434. Idem van: $\frac{7 - 8j}{2 + j}$; $\frac{3 - 3j}{-3 - 4j}$; $\frac{1 + 2j}{2 - j}$; $\frac{3 - 5j}{-5 + 3j}$



435. Idem van: $\frac{(2-6j)^2}{(3-4j)^3}$; $\frac{(1+3j)^6(4+3j)^5}{(3-5j)^2(1-j)^4}$
436. Bepaal de impedantie van een parallelschakeling van een weerstand R van 1000Ω , een spoel van $10 \mu H$ en een condensator van $1000 pF$. De wisselspanning die op deze parallelschakeling is aangesloten heeft een frequentie $\omega = 10^6$. Bereken de impedantie van deze schakeling en de tangens van de hoek van faseverschuiving.
437. Een condensator en een weerstand zijn parallel geschakeld. In serie met deze parallelschakeling is een spoel opgenomen. Als de frequentie van de aangesloten wisselspanning gelijk is aan ω , bereken dan de impedantie van deze schakeling.
438. Los x op uit:
 a.*³. $8x^2 - 392 = 0$; b. $5x^2 - 625 = 0$; c. $3x^2 + 27 = 0$; d. $6x^2 + 300 = 0$;
 e. $1\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{49} = 0$.
 (antwoord: a. ± 7 ; b. $\pm 5\sqrt{5}$; c. $\pm 3i$; d. $\pm 5i\sqrt{2}$; e. $\pm \frac{3}{14}$.)
439. a. $6x^2 + 11x = 0$; b. $5x^2 - 4x = 0$; c. $ax^2 - ax = 0$;
 d. $(a+b)x^2 - (a-b)x = 0$; e. $ax^2 - bx = bx^2 + ax$.
 (antwoord: a. $0, -\frac{11}{6}$; b. $0, \frac{4}{5}$; c. $0, 1$; d. $0, \frac{a-b}{a+b}$; e. $0, \frac{a+b}{a-b}$.)
440. a. $\frac{x(x-8)}{x-4} + \frac{3x}{x-4} = 0$; b. $\frac{x}{x+3} = \frac{2x}{x+4}$; c. $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x-6}$
 d. $\frac{3x}{x-2} = \frac{15x}{x-10}$; e. $\frac{x}{x+2} = \frac{10}{x+10}$.
 (antwoord: a. $0,5$; b. $0,-2$; c. $0,-6$; d. $0 (2x)$; e. $\pm 2\sqrt{5}$.)
441. a. $3x^2 - 18x + 27 = 0$; b. $a^2x^2 + 2abx + b^2 = 0$; c. $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 0$
 d. $a^2x^2 + 2ax^2 + x^2 - 2a^2x - 2ax + a^2 = 0$; e. $16a^2x^2 + 72abx + 81b^2 = 0$.
 (antwoord: a. $3 (2x)$; b. $-\frac{b}{a} (2x)$; c. $2 (2x)$; d. $\frac{a}{a+1} (2x)$; e. $-\frac{9b}{4a} (2x)$.)
442. a. $x^2 - x - 42 = 0$; b. $x^2 - 5ax + 6a^2 = 0$; c. $2x^2 - 9x - 35 = 0$
 d. $6x^2 - 5ax + a^2 = 0$; e. $abx^2 - a^2x - b^2x + ab = 0$.
 (antwoord: a. $7,-6$; b. $2a, 3a$; c. $-2\frac{1}{5}, 7$; d. $\frac{1}{2}a, \frac{1}{3}a$; e. $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}$.)
443. a. $35x^2 - 100 = 0$; b. $1\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2} = 0$; c. $2\frac{1}{3}x^2 + 7 = 0$; d. $a^2x^2 + 2ab = 0$.
444. a. $12x^2 + 182x = 0$; b. $7x^2 - 343 = 0$; c. $(a+b)x^2 = 4abx$
 d. $(a^2 - 2ab + b^2)x^2 = (4a^2 - 7ab + 3b^2)x$; e. $x^2\sqrt{a} - x\sqrt{a-b} = 0$
445. a. $\frac{4x+15}{x-3} + \frac{x+8}{x-4} = -3$; b. $\frac{4x}{x-2} - \frac{20}{x-4} = 5$; c. $\frac{x+9}{5x-3} = \frac{24-x}{11x-8}$
 d. $\frac{a-x}{2a-x} = \frac{1+x}{x+2}$; e. $\frac{a}{x-1} + b = \frac{(b-1)(b-a)}{x+b-1}$.

³* Vanaf deze les geeft Rens aan de volgorde van de opgaven een alfanumerieke aanduiding. (FV)

R.T.

Aa opgaven 42

Nadruk verboden.

446. a. $2x^2 + 9 - 35 = 0$; b. $a^2b + 2bx + a^2x + 2x^2 = 0$
c. $x^2 - ax - bx + ab = 0$; d. $6x^2 + 11x - 7 = 0$; e. $4x^2 + 44x + 121 = 0$.

447. a. $x^2 - 3x - ax + 3a = 0$; b. $a(x^2 - 1) + a - 1 = 0$; c. $3x^2 - 4x = 0$
d. $\frac{1}{4}(x + 8) + \frac{1}{3}(x^2 - 6) = 0$.

448. Schrijf de volgende vormen met een afgesplitst kwadraat:

a. $x^2 - x$; b. $8x^2 + x$; c. $4x^2 - 3x + 12$; d. $3x^2 + 6x + 7$; e. $ax^2 + 2bx$.

(antwoord: a. $(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$; b. $8(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{2}$; c. $4(x - \frac{3}{8})^2 + 11\frac{7}{16}$
d. $a(x + \frac{b}{a})^2 - \frac{b^2}{a}$; e. $3(x + 1)^2 + 4$.)

449. Los de volgende vierkantsvergelijkingen op:

a. $6x^2 - 49x + 8 = 0$; b. $4x^2 - 8x + 3 = 0$; c. $24x^2 + 15x + 1,5 = 0$
d. $x^2 - 0,7 - 14,7 = 0$; e. $2,5x^2 - 2,75x - 0,3 = 0$.

(antwoord: a. 8 en $\frac{1}{6}$; b. $1\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}$; c. $-\frac{1}{2}$ en $-\frac{1}{8}$; d. -3,5 en +4
e. 1,8 en -0,1.)

450. a. $b^2x^2 + abx - 2a^2 = 0$; b. $a^2x^2 + 2abx + b^2 - c^2 = 0$
c. $(q^2 - 1)x^2 - 2pqx - 2x + p^2 - 1 = 0$.

(antwoord: a. $\frac{a}{b}$ en $\frac{2a}{b}$; b. $\frac{-b-c}{a}$ en $\frac{-b+c}{a}$; c. $\frac{p+1}{q-1}$ en $\frac{p-1}{q+1}$.)

451. a. $a^4(x^2 - 2x + 1) - b^4(x^2 + 2x + 1) = 0$; $x^2 + \frac{1}{m}(3x + \frac{1}{n}) - \frac{m^2 - 2n^2}{m^2n^2} = 0$.

(antwoord: a. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ en $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$; b. $\frac{m-2n}{mn}$ en $-\frac{m+n}{mn}$)

452. a. $x^2\sqrt{ab} + bx - ax\sqrt{a} - a\sqrt{b} = 0$; b. $(x\sqrt{2} + 2)x\sqrt{3} - (x + \sqrt{2})\sqrt{15} = 0$

(antwoord: a. $\frac{a}{b}\sqrt{b}$ en $-\frac{1}{a}\sqrt{ab}$; b. $\frac{1}{2}\sqrt{10}$ en $-\sqrt{2}$.)

453. a. $12x^2 + 14x - 6 = 0$; b. $16x^2 - 2x - 60 = 0$; c. $6x^2 - 0,6x - 0,045 = 0$
d. $32x^2 - 260x + 375 = 0$; e. $132x^2 + 43x - 5 = 0$.

454. a. $\frac{x-2}{x-3} + \frac{x+4}{x+3} = 1\frac{3}{4}$; b. $\frac{2,5+4}{1,5-3x} + 6x = 1\frac{2}{3}$; c. $8\frac{1}{2}x^2 - 6\frac{1}{2}x - 2 = 0$

d. $\frac{4x+5}{x-1} - \frac{2x-3}{8} + 3\frac{1}{4} = 0$; e. $\frac{6x}{5} - \frac{5}{6x} = -2\frac{2}{3}$.

455. a. $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{a^2+b^2}{ab}$; b. $ab^2(ax^2 + c^3) = a^3x + b^4c^3x$; c. $x + \frac{a-b}{a+b} = \frac{a+b}{a-b} + \frac{1}{x}$

d. $\frac{x^2+1}{p} = (\frac{1}{p^2} + 1)$.

456. a. $\frac{2px}{p+q} - \frac{5p^2+2pq+q^2}{2p(p+q)x} = \frac{1}{2} + \frac{q}{2p}$; b. $2bx + 6b\sqrt{a} - 3x\sqrt{a} - x^2$

c. $x^2\sqrt{a} + x\sqrt{a-b} + x\sqrt{a+b} + \sqrt{\frac{1}{a}(a^2-b^2)} = 0$; d. $x^2 + x\sqrt{7} = \sqrt{5}(x + \sqrt{7})$

e. $2x^2\sqrt{2} - 2x - 3x\sqrt{10} + 3\sqrt{5} = 0$.



457. a. $2x^2 - (x + 6x\sqrt{a} - 3a)\sqrt{a} + (x - 3a + b)\sqrt{b} + b(2x - \sqrt{a}) = 0$

b. $\frac{pq}{p-q}x^2 - (p+q)x - \frac{pq}{p-q} = 0$; c. $\frac{p^2}{a^2}x^2 + \frac{p}{a}x + \frac{xp\sqrt{3}}{a} + \sqrt{3} = 0$.

458. Ontbind in factoren:

a. $x^2 - 2ax + bx + 2px - 4ap + 2bp$; b. $6x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}$
c. $10x^2 - 3x - 18$; d. $\frac{1}{8}x^2 + \frac{7}{60}x + \frac{1}{45}$; e. $6x^2 - 125x + 100$.

(antwoord: a. $(x + 2p)(x - 2a + b)$; b. $(3x + \frac{1}{2})(2x - \frac{1}{4})$
c. $(2x - 3)(5x + 6)$; d. $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2})(\frac{1}{4}x + \frac{1}{15})$; e. $(6x - 5)(x - 20)$.)

459. Los x op uit:

a. $x^4 - 10x^2 + 24 = 0$; b. $12x^4 - 300x^2 + 1728 = 0$;
c. $\frac{3}{x^2} + \frac{4}{x} - 64 = 0$; d. $\frac{1}{x^2 + 4x + 4} - \frac{8}{x + 2} - 20 = 0$.

(antwoord: a. Stel $x^2 = y$, los y op en daarna x . $y_1 = 6$, $y_2 = 4$, dus:
 $x_1 = +\sqrt{6}$, $x_2 = -\sqrt{6}$, $x_3 = +2$, $x_4 = -2$.

b. ± 3 en ± 4 ; c. Stel $\frac{1}{x} = y$, $y_1 = -\frac{16}{3}$, $y_2 = 4$, $x_1 = -\frac{3}{16}$, $x_2 = \frac{1}{4}$;

d. Stel $\frac{1}{x+2} = y$, dus: $\frac{1}{x^2 + 4x + 4} = y^2$; $y_1 = 10$, $y_2 = -2$, $x_1 = -1\frac{9}{10}$, $x_2 = -2\frac{1}{2}$.)

460. Ontbind in factoren:

a. $30x^2 - 601x + 20$; b. $112x^2 - 42ax - 24x + 9a$;
c. $6x^2 + 6ax - bx - 12a^2 - 8ab - b^2$; d. $2a^2 - 5ap + 5aq + 2p^2 - 4pq + 2q^2$
e. $12p^2 + 20pq - 9pr - 15qr$.

(antwoord: a. $(30x - 1)(x - 20)$; b. $(14x - 3)(8x - 3a)$
c. $(3x + 6a + b)(2x - 2a - b)$; d. $(2a - p + q)(a - 2p + 2q)$
e. $(3p + 5q)(4p - 3r)$.)

461. Idem: a. $\frac{1}{3}a^2 - 2\frac{1}{2}a - 4\frac{1}{4}$; b. $24p^2 + 3p + \frac{1}{12}$; c. $6b^2 + ab - 12a^2$
d. $3a^2p^2 + 2\frac{1}{2}abpq - \frac{1}{2}b^2q^2$; e. $15x^2 - 2xy + 35xz - 8y^2 - 28yz$.

(antwoord: a. $(\frac{1}{2}a + \frac{3}{4})(\frac{2}{3}a - 6)$; b. $(4p + \frac{1}{3})(6p + \frac{1}{4})$; c. $(-4a + 3b)(3a + 2b)$
d. $(ap + bq)(3ap - \frac{1}{2}bq)$; e. $(3x + 2y + 7z)(5x - 4y)$.)

462. Los x op uit: a. $1,61x^2 + 2,25x - 0,44 = 0$; b. $10x^2 + 0,3x - 0,18 = 0$
c. $50x^2 - 210x - 92 = 0$; d. $6x^2 - 1,2x - 0,075 = 0$; e. $6x^2 - 11x - 7 = 0$.

(antwoord: a. $\frac{4}{23}$ en $-\frac{11}{7}$; b. $\frac{6}{50}$ en $-\frac{3}{20}$; c. $\frac{23}{5}$ en $-\frac{2}{5}$ d. $\frac{1}{4}$ en $-\frac{1}{20}$;
e. $2\frac{1}{2}$ en $-\frac{1}{2}$.)

463. Los x op uit: a. $4x^2 - 11ax - 9x + 7a^2 + 18a - 9 = 0$
b. $6x^2 - 5px - qx - 21p^2 + 10pq - q^2 = 0$; c. $24p^2x^2 - pqx - 3q^2 = 0$
d. $28x^2 - 30ax - 18a^2 = 0$; e. $6m^2x^2 - 7mnx - 3n^2 = 0$.

R.T.

Aa opgaven 44

Nadruk verboden.

464. Ontbind in factoren: a. $x^2\sqrt{6} + 3x\sqrt{3a} - 2x\sqrt{2a} - 6a$;
b. $3x^2 + 3x\sqrt{2} - 4x - 4\sqrt{2}$; c. $ab^2x^2 - 2b^4x - 3a^3bx + 6a^2b^2$
d. $6a^2 + 12a\sqrt{3} - 2a\sqrt{2} - 4\sqrt{6}$; e. $a^2\sqrt{2} - a\sqrt{3} - ab\sqrt{2} + b\sqrt{3}$.
465. Idem: a. $12a^2p^2 - 16abpq + 5b^2q^2$; b. $2a^2 + ab + 3ac - 3b^2 + 7bc - 2c^2$
c. $7a^2 - 17ab - 6ac + 6b^2 + bc - c^2$; d. $2a^2 - 2ab + \frac{1}{2}b^2$
e. $6m^2 + \frac{4}{7}m - \frac{1}{14}$.
466. Los x op uit: a. $\frac{20}{x^4} - \frac{47}{x^2} + 21 = 0$; b. $\frac{1}{15x^2} - \frac{14}{25x} + 1\frac{2}{25} = 0$
c. $px\left(px - \frac{p}{q}\right) = 1 - qx$; d. $(x^2 + 1)\sqrt{ab} = (a + b)x$; e. $\frac{px}{q} - \frac{a^2 + b^2}{pqx} = \frac{p}{q}$
467. Ontbind in factoren: a. $1\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{15}xy - \frac{1}{5}y^2$; b. $3p^2 + pq - 2p - 4q^2 + 9q - 5$
c. $16a^2 - 2ab + 16ac - 3b^2 + 13bc - 12c^2$; d. $a^2\sqrt{14} + a\sqrt{21} - a\sqrt{10} - \sqrt{15}$
e. $10a^2 + 3ab - a - b^2 - 4b - 3$.
468. Bepaal bij de volgende vierkantsvergelijkingen de aard van de wortels:
a. $x^2 - 3x + 7 = 0$; b. $3x^2 - 17x + 5 = 0$; c. $7x^2 + 3x - 4 = 0$
d. $2x^2 - 3 + 7x = 0$; e. $18x^2 + 25x + 4 = 0$.
(antwoord: a. complex; b. reëel; c. reëel; d. reëel; e. reëel.)
469. Bepaal zonder de vergelijkingen op te lossen de som en het product der wortels van:
a. $3x^2 - 10x + 20 = 0$; b. $2x^2 - 7x + 9 = 0$; c. $8x^2 - 10 = 0$
d. $ax^2 + bx + cx + d = 0$; e. $\frac{a^2x^2}{b} + \frac{a}{b^2} - \frac{a+b^2}{ab} + \frac{bx}{a} = 0$.
(antwoord: a. $3\frac{1}{3}, 6\frac{2}{3}$; b. $+3\frac{1}{2}, +4\frac{1}{2}$; c. $0, -1\frac{1}{4}$; d. $-\frac{b+c}{a}, \frac{d}{a}$
e. $-\frac{b^2}{a^3}, \frac{a^2 - ab - b^2}{a^3b}$.)
470. Welke waarde(n) moet p hebben als bij de volgende vierkantsvergelijkingen de wortels gelijk zijn:
a. $3x^2 - 2x + p = 0$; b. $6x^2 - 3px + 4 = 0$; c. $x^2 - px + 3p = 0$
d. $8x^2 - 5p + 3 = 0$; e. $2\frac{1}{2}x^2 - 3x + p = 0$.
(antwoord: a. $\frac{1}{3}$; b. $\pm 1\frac{1}{3}\sqrt{6}$; c. 0 of 12; d. $\frac{3}{5}$; e. $\frac{9}{10}$.)
471. Los de volgende vraagstukken op met de eigenschappen van de wortels van een vierkantsvergelijking:
a. Bepaal van $x^2 - 9x + 12 = 0$ de waarde van x_1 en x_2 en $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
b. Bepaal van $2x^2 - 3x + 5 = 0$ de waarde van $x_1 \cdot x_2$ en $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
c. Bepaal van $x^2 - 3x - 4 = 0$ de waarde van $x_1^3 + x_2^3$ en $x_1^4 + x_2^4$.
d. Bepaal van $ax^2 - abx + b^2 = ab$ de waarde van $x_1^2 + x_2^2$.
e. Bepaal van $2ax^2 - 3a + x = 0$ de waarde van $x_1^{-2} + x_2^{-2}$.
(antwoord: a. 9 en $\frac{3}{4}$; b. $2\frac{1}{2}$ en $\frac{11}{25}$; c. 63 en 257; d. $\frac{ab^2 - b^2 - 2ab}{a}$; e. $\frac{1}{9a^2} + 1\frac{1}{3}$.)



472. a. Stel een vierkantsvergelijking samen waarvan de wortels 3 en 7 zijn.
 b. Stel een vierkantsvergelijking samen waarvan de wortels het dubbele zijn van die van $x^2 - 8x - 7 = 0$ (niet eerst de wortels bepalen, maar gebruik maken van de eigenschappen).
 c. Stel een vierkantsvergelijking samen waarvan de wortels het omgekeerde zijn van die van $6x^2 + 8x - 15 = 0$.
 d. Stel een vierkantsvergelijking samen waarvan de wortels 6 groter zijn dan die van $2x^2 - 7x + 15 = 0$.
- (antwoord: a. $x^2 - 10x + 21 = 0$; b. $y^2 - 16y - 28 = 0$
 c. $15y^2 - 8y - 6 = 0$; d. $2y^2 - 31y + 129 = 0$.)
473. Bepaal de aard van de wortels van:
 a. $2x^2 + 2x\sqrt{6} + 3 = 0$; b. $3x^2 - 14x + 7 = 0$
 c. $4x^2 - x\sqrt{3} + \sqrt{6} = 0$; d. $8x^2 - x + 10 = 0$; e. $6x^2 - 4x + 5 = 0$.
474. a. Bepaal a zo dat in $x^2 + ax + 18 = 0$ de ene wortel $2 \times$ zo groot is als de andere.
 b. Bepaal p zo dat in $3x^2 - px + 3 = 0$ de wortels elkaars tegengestelde zijn.
475. a. Bepaal van $x^2 + 3ax - 4a^2 = 0$ de waarde van x_1^2 en x_2^2 en $\frac{1}{x_1 x_2}$.
 b. Bepaal van $ax^2 - a^2x + a^3 = 0$ de waarde van $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ en $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.
 c. Bepaal van $3x^2 - 3ax + a^3 = ab$ de waarde van $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$.
476. Bepaal een vierkantsvergelijking die tot wortels heeft:
 a. 2 en 7; b. $-\sqrt{2}$ en $\sqrt{6}$; c. $1 - j\sqrt{2}$ en $1 + j\sqrt{2}$; d. a en $2a$; e. $a - 2b$ en $3a$.
477. Van de vierkantsvergelijking $x^2 - 6x + 7 = 0$ zijn x_1 en x_2 de wortels. Bepaal met behulp van de eigenschappen van de wortels een andere vierkantsvergelijking waarvan de wortels zijn:
 a. $3x_1$ en $3x_2$; b. $\frac{1}{2}x_1$ en $\frac{1}{2}x_2$; c. $\frac{1}{x_1}$ en $\frac{1}{x_2}$; d. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ en $\frac{1}{x_1 + x_2}$
 e. $x_1 x_2$ en $x_1 + x_2$.
478. Een aantal personen verdeelt een bedrag van 416 gulden. Ieder krijgt evenveel, nl. een bedrag dat gelijk is aan het aantal personen $+f. 10, -$. Hoeveel personen zijn er?
479. Een vat kan door twee kranen worden gevuld. De ene kraan kan het vat vullen in x uur, de andere in $4x + \frac{1}{2}$ uur. Als beide kranen gelijktijdig open staan, is het vat vol in 25 minuten. Hoe lang doet iedere kraan afzonderlijk er over?
480. Van een getal van 2 cijfers is het cijfer der eenheden 2 meer dan het cijfer der tientallen. Deelt men het getal door het product der beide cijfers, dan is de uitkomst $1\frac{11}{12}$. Welk getal is dit?
481. Van een vierkantsvergelijking is gegeven dat de som der wortels 4 is en het product 12. Bepaal een andere vierkantsvergelijking waarvan de wortels 2 meer zijn dan van de oorspronkelijke.

R.T.

Aa opgaven 46

Nadruk verboden.

482. Een vierkantsvergelijking heeft als wortels: $x_1 = \frac{-3+\sqrt{7}}{5}$ en $x_2 = \frac{1}{2}x_1$.
Bepaal de vierkantsvergelijking.
483. Van de vierkantsvergelijking $x^2 - px + 40 = 0$ is gegeven dat de ene wortel $5 \times$ zo groot is als de andere. Welke waarde heeft p ?
484. Als de wortels van een vierkantsvergelijking $3^{-1} + 2^{-2}$ en $5^{-2} - 3^{-3}$ zijn, bepaal dan de vergelijking.
485. Van een vierkantsvergelijking zijn de wortels $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ en $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$.
Bepaal de vergelijking.
486. Van een vierkantsvergelijking verhouden de wortels zich als $2 : 3$.
Hun verschil is $\sqrt{2}$. Bepaal de vierkantsvergelijking.
487. Ontbind in factoren: $(x + 1)\{2(x - 1)\sqrt{3} + \sqrt{6}\} + \sqrt{3}\{(x - 1)\sqrt{2} + 1\}$.
488. Teken de volgende punten en bereken de afstand tussen ieder tweetal punten.
a. $A(0, 3)$ en $B(4, 0)$; b. $C(6, 3)$ en $D(4, 2)$; c. $E(0, 3)$ en $F(-1, -1)$
d. $G(8, -6)$ en $H(-3, 4)$.
(antwoord: a. 5; b. $\sqrt{5}$; c. $\sqrt{5}$; d. $\sqrt{221}$.)
489. a. Tussen de punten $A(3, 3)$ en $B(6, 9)$ ligt op lijn AB een punt p zo, dat $AP:PB = 2:1$.
Bepaal de coördinaten van het punt p .
b. Hoe worden de coördinaten van het punt p als p niet tussen A en B ligt, maar op het verlengde van AB ? (aan de kant van B)
(antwoord: a. 5, 7; b. 9, 15.)
490. Bepaal de coördinaten van het midden tussen de punten:
a. $(0, 0)$ en $(2, 2)$; b. $(3, 0)$ en $(-7, 5)$; c. $(-7, 3)$ en $(5, -5)$;
d. $(18, -10)$ en $(-20, -30)$ e. $(-8, -6)$ en $(-12, 10)$.
(antwoord: a. $(1, 1)$; b. $(2, 2\frac{1}{2})$; c. $(-1, -1)$; d. $(-1, -20)$; e. $(-10, 2)$.)
491. Bepaal de vergelijking van de rechten door de punten:
a. $(0, 0)$ en $(3, 4)$ b. $(1, 2)$ en $(7, -4)$; c. $(8, -3)$ en $(7, 6)$.
(antwoord: $y = \frac{4}{3}x$; b. $y = -x + 3$; c. $y = -9x + 69$.)
492. Bepaal de vergelijking van de rechten door:
a. $(4, 0)$ en $(0, -8)$; b. $(3, -6)$ en $(-4, -5)$; c. $(0, 0)$ en $(2, 2)$.
(antwoord: a. $y = 2x$; b. $y = -\frac{1}{7}x - 5\frac{4}{7}$; c. $y = x$.)
493. Teken de volgende punten en bereken de afstand tussen de beide punten:
a. $(0, 0)$ en $(4, 7)$; b. $(8, 3)$ en $(-7, 4)$; c. $(-3, 0)$ en $(4, 0)$
d. $(2, 2)$ en $(-4, 13)$; e. $(-5, -7)$ en $(3, 0)$.



494. Gegeven de punten $P(6, -10)$ en $Q(-12, 4)$.
Bereken de coördinaten van een punt R zo, dat $PR : RQ = 4 : 1$ (2 gevallen:
 R tussen P en Q en R buiten P en Q).
495. a. Bepaal op de lijn $y = 3x + 5$ het punt dat een abscis 4 heeft.
b. Bepaal op dezelfde lijn een punt dat een ordinaat -4 heeft.
496. Bepaal de coördinaten van de punten die midden tussen de volgende punten liggen:
a. $(0, 3)$ en $(0, 7)$; b. $(2, 40)$ en $(8, -6)$; c. $(-6, -5)$ en $(6, 5)$
d. $(2, -3)$ en $(3, -2)$.
497. Bepaal de vergelijking van de rechten door:
a. $(9, 4)$ en $(7, 1)$; b. $(3, 2)$ en $(3, -4)$; c. $(3, 5)$ en $(-1, 5)$
d. $(2, 3)$ en $(0, 4)$; e. $(-4, -1)$ en $(-3, -5)$.
498. Wat zijn de richtingscoëfficiënten van de volgende lijnen en welke stukken snijden ze van de y -as af?
a. $y = 2x$; b. $y = -3x + 5$; c. $y = -3$; d. $x = 4$; e. $3y + 5x = 2$
f. $2y = -4x + 10$; g. $y = 2x - 3$; h. $3y = 4x$; k. $y = -4x + 4$
l. $3x + 2y = 4$.
- (antwoord: a. $m = 2$ en $n = 0$; b. -3 en 5 ; c. 0 en 4 ; d. ∞ en $-$
e. $-1\frac{2}{3}$ en $\frac{2}{3}$; f. -2 en 5 ; g. 2 en -3 ; h. $\frac{4}{3}$ en 0 ; k. -4 en 4 l. $-1\frac{1}{2}$ en 2 .)
499. Teken en bepaal de vergelijkingen van de volgende rechten:
a. door 0 en het punt $(8, 4)$; b. // aan x -as en door $(4, 4)$
c. met richtingscoëfficiënt $\frac{1}{8}$ en door 0 ; d. door $(2, 2)$ en $(0, 5)$
e. met $\tan \alpha = -10$, terwijl de lijn een stuk van -10 van de y -as afsnijdt.
- (antwoord: a. $y = \frac{1}{2}x$ of $x - 2y = 0$; b. $y = 4$ of $y - 4 = 0$
c. $y = \frac{1}{8}x$; d. $3x + 2y - 10 = 0$; e. $x - 5y - 50 = 0$.)
500. Idem van de rechten:
a. door $(2, 2)$ en $(0, 3)$; b. door 0 en met $\tan \alpha = -\frac{1}{3}$; c. door $(0, 4)$
evenwijdig aan de x -as; d. door $(2, 2)$ evenwijdig aan de y -as; e. als $\tan \alpha = -1$ en
door $(-2, 2)$.
501. Liggen de punten $O(0, 0)$; $P(2, 3)$; $Q(-2, 3)$; $R(-2, -3)$; $S(0, 3)$ en $T(3, -2)$ op de
volgende rechten?
a. $3x - 5y + 9 = 0$; b. $2y = 3x$; c. $y = 3$; d. $x = 2$; e. $y = -3$;
f. $x = 0$; g. $x - y = 0$.
- (antwoord: a. P ; b. O, P, R ; c. P, Q, S ; d. P ; e. R ; f. O, S ; g. O .)
502. Liggen de punten $A(3, 0)$; $B(0, 3)$; $C(5, 3)$; $D(-3, -7)$; $E(5, 4)$ op de rechten:
a. $2y = 3x - 9$; b. $2x - 6 = 0$; c. $y = 1\frac{1}{4}x - 3\frac{1}{4}$; d. $x = 0$
e. $x + y - 9 = 0$; f. $x + y - 3 = 0$.
- (antwoord: a. A, C ; b. A ; c. C, D ; d. B ; e. F ; f. A, B .)

503. Wat zijn de richtingscoëfficiënten van de volgende lijnen en welke stukken snijden ze van de y -as af? Teken deze lijnen.
- a. $3y - 2x = 0$; b. $5x + y - 3 = 0$; c. $y = 2x + 3$
d. $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$; e. $y = 1\frac{2}{3}x + 7$.
504. Teken en bepaal de vergelijking van de rechten:
- a. door: $(2, 3)$ en $(4, 5)$; b. $(0, 7)$ en $(8, 3)$; c. $(4, 4)$ en $(-4, 4)$
d. door: $(5, 3)$ en $(-5, -3)$; e. $(2, 4)$ en $(0, 0)$.
505. Idem van:
- a. evenwijdig aan de x -as en door $(5, 4)$; b. met richtingscoëfficiënt $0,75$ door $(3, -7)$
c. met richtingscoëfficiënt $0,8$ door $(0, -6\frac{1}{2})$; d. door 0 en $(4, -2)$
e. evenwijdig aan de y -as door $(-2, 7)$.
506. Een punt p heeft tot ordinaat -1 . Wat is de abscis van dit punt als het ligt op de rechten:
- a. $3x = -y$; b. $x - y - 1 = 0$; c. $y = -1$; d. $x = 3$; e. $x + y = 6$.
507. Hoe luidt de vergelijking van de lijn:
- a. die de rechte hoek tussen de positieve x - en de positieve y -as middendoor deelt.
b. die de rechte hoek tussen de positieve y -as en de negatieve x -as middendoor deelt.
c. die een hoek van 60° maakt met de positieve x -as en door het punt $(5, 0)$ gaat.
508. Bepaal de snijpunten van:
- a. $y = x$ en $y = 3x + 8$; b. $y = 2x - 1$ en $y = \frac{1}{4}x + 3$; c. $y = 3x + 4$ en $y = \frac{1}{2}x - 1$
d. $y = 4x + 6$ en $y = x + 6$; e. $y = 3x + 18$ en $y = \frac{1}{2}x + 5\frac{1}{2}$.
- (antwoord: a. $(-4, -4)$; b. $(1, 1)$; c. $(-2, -2)$; d. $(0, 6)$; e. $(-5, 3)$.)
509. a. Bepaal de rechte door $(2, 3)$ evenwijdig aan $y = 2x$.
b. Bepaal de rechte door $(4, 0)$ evenwijdig aan $y = 3x - 2$.
c. Bepaal de rechte door $(0, -2)$ evenwijdig aan $y = \frac{1}{2}x + 7$.
d. Bepaal de rechte door $(0, 4)$ evenwijdig aan $y = 3x - \frac{1}{4}$.
e. Bepaal de rechte door $(-2, 3)$ evenwijdig aan $2y = 3x$.
- (antwoord: a. $y = 2x - 1$; b. $y = 3x - 12$; c. $y = \frac{1}{2}x - 2$;
d. $y = 3x + 4$; e. $y = 1\frac{1}{2}x + 6$.)
510. Bepaal de vergelijkingen van de lijnen die een rechthoek $ABCD$ insluiten als: $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ en $D(0, 2)$ is.
- (antwoord: $AB: y = 0$; $BC: x = 4$; $CD: y = 2$; $AD: x = 0$.)
511. De lijnen $y = x$ en $y = 4x + 3$ snijden elkaar in A . A is een hoekpunt van het parallellogram $ABCD$, waarvan B op $y = x$ en D op $y = 4x + 3$ liggen. Het punt D heeft tot coördinaten $(8, 5)$. Bepaal de vergelijkingen van de lijnen CD en BC .
- (antwoord: $y = x - 3$ en $y = 4x - 27$.)



512. De punten $A(0, 0)$ en $B(-3, 4)$ zijn 2 opeenvolgende hoekpunten van ruit $ABCD$. Het hoekpunt C ligt op de lijn $y = x$.
Bepaal de vergelijkingen van de 4 zijden:

(antwoord: $AB: y = -1\frac{1}{3}x$. Bepaal C op $y = x$ (dus $C = xC$) uit $AB = BC$;
 $(xC + 3)^2 + (yC - 4)^2 = 3^2 + 4^2$ of $2xC^2 - 2xC = 0$, want
 $yC = xC$; hieruit $xC = 0$ (vervalt) en $xC = 1$, dus C is $(1, 1)$.
 $BC: y = -\frac{3}{4}x - 1\frac{3}{4}$. $CD // AB$ door C : $y = -1\frac{1}{3}x + 2\frac{1}{3}$ en
 $AD // BC$ door C : $y = -\frac{3}{4}x$.)

513. Bepaal de snijpunten van:

a. $y = 3x$ en $y = 5x - 1$; b. $2x + 3y = 6$ en $2y = 4x - 1$; c. $y = 3x + 5$
 en $y = -5x - 2$; d. $12x + 3y - 7 = 0$ en $-3x + y + 4 = 0$ e. $y = 7x - 5$ en $y = 0$.

514. Bepaal de volgende rechten:

a. door $(2, 7)$ evenwijdig aan $y = 3x - 5$
 b. door het snijpunt van $y = 2x$ en $y = \frac{1}{3}x + 5$ evenwijdig aan $y = 4x + 1$
 c. door het snijpunt van $x = 2$ en $y = 4$ evenwijdig aan $y = -\frac{1}{2}x + 3$
 d. door $(-1, -5)$ evenwijdig aan $y = -x + 1$
 e. door $(5, -2)$ evenwijdig aan de x -as

515. Bepaal de volgende rechten:

a. door $(-3, 5)$ en het snijpunt van $y = \frac{1}{2}x$ en $y = -2x$
 b. door $(0, 0)$ en het snijpunt van $y = x - 1$ en $y = 4$
 c. door $(2, -10)$ evenwijdig aan $y = 4x - 4$
 d. door het snijpunt van $y = -1\frac{2}{3}x + 7$ en $y = 1\frac{4}{5}x - 4$ en het punt $(7, -5)$

516. Van het parallellogram $ABCD$ liggen de punten A en B op de rechte $y = 2x + 1$.
 Het punt A heeft als x -coördinaat 3, het punt B als x -coördinaat 6. Het punt C heeft tot
 coördinaat $(10, 10)$. Bepaal de vergelijkingen van de zijden van het parallellogram.

517. Van het parallellogram $PQRS$ hebben de punten P, Q en R resp. de coördinaten $(0, 5)$,
 $(-3, 2)$ en $(-4, -7)$. Bepaal de vergelijkingen van de zijden van het parallellogram.

518. Bereken de waarden van y als $y = 2x^2 - 3x - 4$ als x de waarden $-10, -7, -5, -2\frac{1}{2}$
 $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 5, 10$ aanneemt.

(antwoord: 226, 108, 61, 16, 1, -1, -4, $-4\frac{5}{8}$, -5, -5, 31, 166.)

519. Voor welke waarden van x heeft de functie $y = (x - 5)^2 + 10$ een extreme waarde?
 Bepaal deze waarde. Is het een maximum of minimum?

(antwoord: minimum $y = 10$ bij $x = 5$)

520. Voor welke waarden van x heeft de functie $y = 9x^2 + 6x + 11$ een extreme waarde?
 Is dit een maximum of minimum? Bepaal de extreme waarde.

(antwoord: minimum $y = 1 -$ bij $x = -\frac{1}{3}$.)

521. Voor welke waarden van x heeft de functie $2y = -6x^2 + 12x + 4$ een extreme waarde? Is het een maximum of een minimum? Bepaal de uiterste waarde.
(antwoord: maximum voor $x = 1$ is $y = 5$.)
522. Voor welke waarde van x heeft de functie $y = 12x^2 + 3x$ een extreme waarde? Is het een minimum of maximum? Bepaal de extreme waarde.
(antwoord: minimum voor $x = -\frac{1}{8}$ is $y = -\frac{3}{16}$.)
523. Voor welke waarde van x heeft de functie $y = -4ax^2 - 3x - a$ een extreme waarde? Bereken deze waarde en geef aan of het een maximum of minimum is.
(antwoord: maximum voor $x = \frac{3}{8a}$ is $y = -a - \frac{9}{64a^2}$.)
524. Voor welke waarde van x hebben de volgende functies een extreme waarde, is het een maximum of een minimum? Bereken de uiterste waarde.
a. $y = -4x^2 + 8x - 12$; b. $y = 2x^2 - x - 5$; c. $y = 5x^2 - 5$.
525. Idem:
a. $y = 2x^2 - 3x - 4$; b. $y = -3x^2 + 8x - 5$; c. $y = -25x^2 + 18x - 50$.
526. Idem:
a. $y = (a + x)^2 - 10$; b. $y = (a - x)^2 + 15$; c. $y = -(x - 3a)^2 + 14a$.
527. Idem:
a. $3y = 14x^2 + 5x + 7$; b. $6y = -8x^2 - 2x + 17$; c. $5y = -3x^2 - 8$.
528. Idem:
a. $y = ax^2 + 2ax + b$; b. $ay = -a^2x^2 - ax$; c. $cy = a^2x^2 - a^2$.
529. Bepaal de uiterste waarde van $y = 6x^2 + 5x + 10$. Voor welke waarde treedt dit maximum of minimum op?
(antwoord: minimum $8\frac{23}{24}$ wordt bereikt bij $x = -\frac{5}{12}$.)
530. De functie $y = 3a^2x^2 + 2bx + 5$ heeft voor $x = 1$ de waarde 23 en voor $x = -1$ de waarde 11. Bereken a en b . Voor welke waarde(n) van a en b heeft de functie een maximum en voor welke een minimum? Bereken deze uiterste waarde(n):
(antwoord: $a = -2$ en $b = 3$ of $a = 2$ en $b = 3$. Beide gevallen een minimum, resp: $4\frac{1}{4}$ als $x = -\frac{1}{4}$ en $4\frac{1}{4}$ als $x = \frac{1}{4}$.)
531. De functie $y = 2ax^2 + bx + c$ heeft voor $x = 0$ een waarde 10 en voor $x = 2$ een waarde 20. Voor $x = 5$ heeft de functie een extreme waarde. Bereken a , b en c en de extreme waarde:
(antwoord: $a = -\frac{5}{16}$; $b = 6\frac{1}{4}$; $c = 10$; maximum = $25\frac{5}{8}$.)
532. De functie $y = (a - 1)x^2 + (2b - 1)x + (a + b + 1)$ heeft een extreme waarde $y = 0$ voor $x = 0$. Bepaal a en b en de functie:
(antwoord: $a = 1$ en $b = \frac{1}{2}$ voldoet niet, want dan wordt de functie lineair.
 $a = -1\frac{1}{2}$ en $b = \frac{1}{2}$, functie wordt: $y = -2\frac{1}{2}x^2$.)



533. De functie $y = ax^2 + bx + c$ heeft voor $x = 0$ de waarde 2, voor $x = 1$ de waarde 4 en voor $x = 3$ de waarde 14. Bereken a, b en c en de extreme waarde van de functie. Is het een maximum of een minimum?
(antwoord: $a = 1, b = 1, c = 2$. minimum voor $x = -\frac{1}{3}$ wordt $1\frac{3}{4}$.)
534. De functie $y = -3a^2x^2 - 2ax + a$ heeft voor $x = \frac{1}{3}$ een extreme waarde. Is dit een maximum of een minimum? Bepaal a , de uiterste waarde en de functie.
(antwoord: $a = -1$; $y = -3x^2 + 2x - 1$ en heeft een maximum $\frac{2}{3}$.)
535. De functie $y = (2a - 3x)^2 + 4$ heeft voor $x = 10$ een extreme waarde. Bereken a en de extreme waarde.
536. De functie $y = -4ax + (b - x)^2$ heeft een extreme waarde 15 voor $x = 1$. Bereken a en b . Is de extreme waarde een maximum of een minimum? Hoe wordt de functie?
537. De functie $y = ax^2 + (a + 1)x - 2a - 1$ heeft voor $x = 3$ de waarde 4. Bereken a en de uiterste waarde van de functie.
538. De functie $y = 2ax^2 + x + 1$ heeft voor $x = -a$ haar extreme waarde. Bereken a en de extreme waarde. Is de extreme waarde een maximum of een minimum?
539. De functies $y = ax^2 + bx + 9$ en $y = -3x^2 + ax - b$ hebben voor $x = 3$ dezelfde waarde. Voor de eerste functie is dit tevens de extreme waarde. Bereken a en b en bepaal de extreme waarden van de beide functies.
- Teken de volgende krommen en geef aan, waar dit mogelijk is, wat voor soort kromme het is.
540. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$. (antwoord: cirkel, straal= 2, middelpunt (2, 3).)
541. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. (antwoord: ellips met assen 6 en 4, middelpunt (0, 0).)
542. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$. (antwoord: hyperbool met assen 8 en 10, middelpunt (0, 0))
543. $y = 2x^2 + 3x + 1$ (antwoord: parabool.)
544. $y = 3x^3 + 1$. 548. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.
545. $y = 4x^2 + 2x + 6$. 549. $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$.
546. $y = 2x^2$. 550. $y = 5x^3 + 6x + 1$.
547. $x^2 + y^2 = 1$.
551. Gegeven is de parabool $y = x^2 + 3x - 4$. Bepaal de snijpunten met de coördinaat-assen, de as van symmetrie en de top.
(antwoord: (0, 4); (-4, 0) en (1, 0); $x = -1\frac{1}{2}$; $(-1\frac{1}{2}, -6\frac{1}{4})$.)
552. Bepaal van de parabool $y = -x^2 + 4x - 3$ de snijpunten met de coördinaat-assen, de as van symmetrie en de top. Heeft de parabool een maximum of minimum? Teken de parabool.
(antwoord: (0, -3); (1, 0) en (3, 0); $x = 2$; (2, 1), maximum.)

553. Bepaal de waarde van p als de parabool $y = 3x^2 + px - 2$ door het punt $(1, 2)$ gaat. Bepaal de snijpunten met de assen, de symmetrie-as en de top. Teken de parabool.
(antwoord: $p = 1$; $(0, 2)$; $(\frac{2}{3}, 0)$ en $(-1, 0)$; $x = -\frac{1}{6}$; $(-\frac{1}{6}, -2\frac{1}{12})$.)
554. De ordinaat van de top van de parabool $y = x^2 - 4x + p$ heeft een waarde -2 . Bepaal p , de snijpunten met de coördinaat-assen, de symmetrie-as en de top. Teken de parabool.
(antwoord: $p = 2$; $(0, 2)$; $(3, 3; 0)$ en $(0, 7; 0)$; $x = 2$; $(2, -2)$.)
555. De parabool $y = ax^2 + bx + c$ gaat door de punten $(1, 0)$; $(0, 2)$ en $(2, 4)$. Bepaal a, b en c en de snijpunten van de parabool met de coördinaat-assen, de as van de symmetrie en de top. Teken de parabool.
(antwoord: $a = 3$; $b = -5$; $c = 2$; $(0, 2)$; $(1, 0)$ en $(\frac{2}{3}, 0)$; $x = \frac{5}{6}$; $(\frac{5}{6}, -\frac{1}{12})$.)
556. Bepaal van de parabool $y = \frac{1}{12}x^2 - 1\frac{1}{3}x + 5$ de snijpunten met de coördinaat-assen, de symmetrie-as en de top. Teken de parabool.
557. Bepaal de vergelijking van de parabool die tot top heeft het punt $(8, 4)$ en die gaat door het punt $(3, 0)$. In welke punten snijdt de parabool de beide assen? Teken de parabool.
558. De parabool $y = px^2 - (2p - 4)x + p^2$ gaat door het punt $(4, 4)$. Bepaal de vergelijking van de parabool, de snijpunten met de assen, de symmetrie-as en de top.
559. De parabool $y = \frac{1}{4}ax^2 + (a^2 + 1)x + b$ gaat door de oorsprong O van het coördinatenstelsel en door het punt $(6, 3)$. Bepaal de vergelijking van de parabool; de snijpunten met de assen, de symmetrie-as en de top. Teken de parabool.
560. Van een parabool is de Y -as de as van de symmetrie. De parabool snijdt de Y -as in het punt $(0, -3)$ en gaat ook door het punt $(5, 5)$. Bepaal de vergelijking van de parabool en de snijpunten met de X -as. Teken de kromme.
561. Bereken m in $y = (2m - 3)x^2 - (3m - 2)x + (m + 2)$ als deze parabool door het punt $(2, 3)$ gaat en bereken de coördinaten van de top van deze parabool. Teken de kromme.
(antwoord: $m = 3$; verg.: $y = 3x^2 - 7x + 5$ top: $(2\frac{1}{3}, \frac{11}{12})$.)
562. Voor welke waarden van p ligt de parabool $y = 2px^2 - 4x + 5$ geheel boven de X -as?
(antwoord: $p > \frac{2}{5}$.)
563. Bereken de snijpunten met de assen, de symmetrie-as en de top van de parabool:
 $y = -6x^2 + 4x - 3$.
(antwoord: snijpunt met Y -as: $(0, -3)$; geen snijpunten met X -as; as van symmetrie $x = \frac{1}{3}$; top: $(\frac{1}{3}, -2\frac{1}{3})$.)
564. Voor welke waarden van p ligt de top van de parabool $y = 3x^2 - 4px - 5p$ op de X -as? Bepaal de as van symmetrie.
(antwoord: $p = 0$, as van symmetrie is de Y -as; of $p = -3\frac{3}{4}$, as van symmetrie is $x = 2\frac{1}{2}$.)
565. Voor welke waarden van p ligt de top van de parabool $y = px^2 - (p + 6)x - 2$ op de X -as?
(antwoord: $p = -18$ of $p = -2$.)



566. Van de parabool $y = px^2 - (3p - 1)x + 2p - 1$ ligt de top op de X -as. Bepaal p , de snijpunten van de kromme met de coördinaat-assen, de as van Symmetrie en de top. Teken daarna de kromme.
567. De parabool $y = (4p + 2)x^2 + px - 6p$ heeft als extreme waarde $-6\frac{3}{40}p$. Bepaal p , de snijpunten met de coördinaat-assen, de symmetrie-as en de top. Teken de parabool.
568. Bepaal de parabool die dezelfde top heeft als de parabool $y = x^2 - 4x - 60$ en die bovendien door het punt $(0, 0)$ gaat. Bepaal van beide krommen de snijpunten met de X -as en Y -as, de as van symmetrie en de top.
569. De symmetrie-as van een parabool is de lijn $x = -5$. De parabool gaat door de punten $(1, 1)$ en $(2, 0)$. Bepaal de vergelijking van de parabool, de snijpunten met de assen en de top. Teken de parabool.
570. Een parabool snijdt de X -as in de punten $(p, 0)$ en $(-p, 0)$ en de Y -as in het punt $(0, -2)$. Bovendien gaat de kromme door het punt $(1, -3)$. Bepaal de as van symmetrie, p en de vergelijking van de parabool. Teken de kromme.
571. Bepaal: a. $\log_3 3$; b. $\log_5 25$; c. $\log_7 \sqrt{7}$; d. $\log_4 2$; e. $\log_2 4$.
(antwoord: a. 1; b. 2; c. $\frac{1}{2}$; d. $\frac{1}{2}$; e. 2.)
572. Idem: a. $\log_2 \frac{1}{2}$; b. $\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$; c. $\log_5 \frac{1}{5} \sqrt[4]{5}$; d. $\log_4 \frac{1}{8} \sqrt[5]{16}$; e. $\log_5 \frac{1}{5} \sqrt[5]{125}$.
(antwoord: a. -1; b. $-\frac{1}{2}$; c. $-\frac{3}{4}$; d. $-\frac{11}{10}$; e. $-\frac{2}{5}$.)
573. Bepaal x als: a. $\log_3 x = 4$; b. $\log_2 x = \frac{1}{2}$; c. $\log_4 x = \frac{1}{2}$
d. $\log_2 x = -1$; e. $\log_3 x = -\frac{1}{3}$.
(antwoord: a. $3^4 = 81$; b. $\sqrt{2}$; c. $\sqrt{4} = 2$; d. $\frac{1}{2}$; e. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{9}$.)
574. Voor welk grondtal g geldt:
a. $\log_g 4 = 2$; b. $\log_g 8 = 3$; c. $\log_g \frac{1}{3} = -1$
d. $\log_g \frac{1}{8} = -1\frac{1}{2}$; e. $\log_g 10^{-5} = -2\frac{1}{2}$.
(antwoord: a. 2; b. 2; c. 3; d. 4; e. 100.)
575. Bepaal: a. $\log_a a^3$; b. $\log_p \frac{1}{p} \sqrt{p}$; c. $\log_x \frac{x^2 \sqrt{x}}{x^{-1}}$
d. $\log_a \{(a^2)^3\}^{\frac{1}{4}}$; e. $\log_b \left[\frac{1}{\sqrt{b-1}} \right]^{-\frac{1}{3}}$.
(antwoord: a. 3; b. $-\frac{1}{2}$; c. $3\frac{1}{2}$; d. $1\frac{1}{2}$; e. $-\frac{1}{6}$.)
576. Bepaal: a. $\log_2 \frac{1}{8}$; b. $\log_4 \frac{1}{8}$; c. $\log_8 \frac{1}{8}$; d. $\log_{16} \frac{1}{8}$; e. $\log_{64} \frac{1}{8}$.
577. Idem: a. $\log_3 1$; b. $\log_6 1$; c. $\log_9 \frac{1}{3} \sqrt[4]{3}$; d. $\log_{10} 0,01$; e. $\log_5 0,2$

Aa opgaven 54

Nadruk verboden.

578. Bepaal x als: a. $\log_5 x = 3$; b. $\log_2 x = \frac{1}{4}$; c. $\log_4 x = \frac{1}{2}$
 d. $\log_3 x = 0$; e. $\log_8 x = 1\frac{1}{3}$.

579. Voor welk grondtal g geldt:

a. $\log_g 1 = 3$; b. $\log_g 6 = \frac{1}{2}$; c. $\log_g 32 = 5$
 d. $\log_g \frac{1}{27} = -3$; e. $\log_g \frac{1}{2} = 8$.

582*⁴. Bij het grondtal 10 is $\log 2 = 0,3010$ en $\log 3 = 0,4771$.
 Bereken de logaritme (bij het grondtal 10) van:

4 ; 5 ; $\frac{1}{2}$; 24 ; 25 ; 48 ; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{54}$ en 0,02 .

(antwoord: 0,6 ; 20 ; 0,699 ; -0,3010 ; 1,3801 ; 1,3980 ; 1,6811 ; -0,6990 ;
 -1,3010 ; -1,7323 ; -1,6990.)

583. Los x op uit: a. $\log x = \log 2 + \log 3 + \log 5$

b. $\log x = 2 \log 3 - \frac{1}{3} \log 8$

c. $\log x = 2 \log 2 - \frac{1}{3} \log 64$

d. $\log x = \frac{1}{3} \log 27 - \frac{1}{2} \log 4$

e. $\log x = \log 4 - \frac{1}{2} \log 25 + \frac{1}{3} \log 343 - \frac{1}{4} \log 16$

(antwoord: a. 30 ; b. $4\frac{1}{2}$; c. 1 ; d. $1\frac{1}{2}$; e. 2,8.)

584. Idem:

a. $\log x = 3 \log a + 2 \log b$

b. $\log x = 2 \log(a + b) + 3 \log(a - b) - \log(a^2 - b^2)$

c. $\log x = \frac{1}{4} \log(p + q) - \frac{1}{3} \log(p - q) + 1\frac{1}{3} \log(p^2 - q^2)$

d. $\log x = \frac{1}{2} \log a^{-1} - \log \frac{1}{a^2} + 3 \log a$

(antwoord: a. $a^3 b^2$; b. $(a + b)(a - b)^2$; c. $(p + q)(p - q)$; d. $a^4 \sqrt{a}$.)

585. Bij deze opgave neemt men, als er geen grondtal bij de log gegeven is, aan dat dit 10 is.
 Dit geldt ook voor de volgende opgaven.

Herleid: a. $\log 10^3 - 2 \log 2 + \log 12 - \log 3$

b. $2 \log 4 - 3 \log 6 + 10^{\log 4} - \log \frac{1}{15} + 2 \log 3$

c. $\frac{2}{3} \cdot \log_{10} 8 - \log_2 \frac{1}{16} + 2 \cdot \log_{10} 5 - 8 \log_8 4$

d. $\log 1\frac{1}{5} - \log 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log 25 + 2 \log 2\frac{1}{2}$

(antwoord: a. 3 ; b. 5 ; c. 2 ; d. 0.)

586. Als gegeven is $\log_{10} 2 = 0,3010$ en $\log_{10} 3 = 0,4771$, bereken dan (bij het grondtal 10):

$\log 6$; $\log \frac{1}{6}$; $\log 0,6$; $\log 60$; $\log 600$; $\log 6000$; $\log \frac{1}{600}$; $\log 0,006$.

587. Gegeven is $\log_a b = c$. Bereken x uit de volgende vormen:

a. $x = \log_a b^2$;

b. $x = \log_a \sqrt{b} + \log_a \sqrt[3]{b}$

c. $x = \log_a ab$;

d. $x = \log_a a^2 - \log_a \sqrt[3]{a^2 b}$.

⁴ Vraag 580 en 581 zijn niet opgenomen. De nummering loopt door om de volgorde van de opgaven uit de lessen niet te verstoren (FV)

588. Los x op uit:

a. $\log x = \log 6 + \log 10 - \log 4$

b. $\log x = \frac{1}{2} \log 18 - \frac{1}{3} \log 48$;

c. $\log x = 2 \log 6^3 - 3 \log 3^2$

d. $\log x = 2 \log 2^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \log 4^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \log 1^{\frac{1}{8}}$

e. $\log x = \frac{1}{2} \log 6 - \frac{1}{4} \log 1^{\frac{17}{64}}$

589. Los x op uit:

a. $\log x = \frac{1}{2} \log a - \frac{1}{2} \log 2a + \frac{1}{4} \log a^3$

b. $\log x = \frac{1}{2} \log \sqrt{a} - \frac{1}{3} \log \sqrt[3]{a} + \frac{1}{6} \log \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}$

c. $\log x = \log a^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} \log a^{-1} + \log a^{\frac{1}{3}}$.

590. Herleid:

a. $10 \log_{10} 8 - 5 \log_5 7 + 9 \log_9 14 - 7 \log_7 2$

b. $2 \log 6 + \log 60 - \frac{\frac{1}{2} \log 4}{\log 0,1} \times \frac{2 \log_2 3}{2 \log \sqrt{2}} - \log 3 - \log 72$

c. $\frac{3 \log_3 4}{9 \log_3 4} + \log 2 - \frac{1}{2} \log \frac{1}{8} + \log \sqrt{\frac{5}{16}}$.

591. Vereenvoudig:

a. $\log_3 4 \times \log_2 5 \times \log_5 9$

b. $(\log_3 5 + \log_3 2) \times \log_{10} 3$

(antwoord: a. 4 ; b. 1.)

592. Los x op uit:

a. $\log_9 x = \log_4 8$;

b. $\log_3 x = \log_9(x-4)^2 + 1$.

(antwoord: a. 27 ; b. 6.)

593. Los x op uit:

a. $\log_{10} x = \log_8 2 \times \log_6 8 \times \log_2 6$

b. $\log_5 x^2 = \log_3 36 \times \log_2 3 \times \log_6 4$

(antwoord: a. 10 ; b. 25.)

594. Idem:

a. $\log_{10} x = \log_4 x \times \log_2 x \times \log_{10} 2$

b. $\log_2(x-3) - \log_3(2x-3) \times \log_4 3 = 0$.

(antwoord: a. 1 en 4 ; b. 6 (de 2^e uitkomst + 2 voldoet niet). *⁵)

595. Herleid:

a. $\frac{\log_{10} 1000}{\log_{10} 100} - 2 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[4]{5}}{125} + \frac{\log_3 \frac{1}{3} \sqrt{3}}{\log_3 \sqrt{3}}$

b. $\frac{3 \log_9 4}{4 \log_2 3} + 2 \cdot \log_5 2 - \frac{\log_4 2}{\log_5 \sqrt{5}} + \log_5 \frac{125}{4}$.

(antwoord: a. 6 ; b. $2\frac{2}{9}$.)⁵ De cursief gedrukte tekst is op de originele bladzijde handmatig doorgestreept. (FV)

596. Wat verstaat men onder de logaritme van een getal?
(*Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1948*)
597. a. Hoe luidt de definitie van de logaritme van een getal?
Voor het uitvoeren van welke bewerkingen in de wiskunde kan men gebruik maken van logaritmen?
b. Bepaal voor het grondtal 10 de logaritme van $\sqrt[3]{10}$; 0,01; $0,01^{0,7}$; 1; en 0.
c. gegeven: $\log 2 = 0,30103$; $\log 3 = 0,47712$.
Gevraagd: $\log 36$; $\log 5$; $\log \frac{2}{3}$.
(*Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1950*)
598. Bereken zonder gebruik te maken van een logaritmentafel:
$$\log_{10} 40 = \log_{10} 2 + \log_{10} 5 + \frac{10 \log_{10} 3}{2} \times \frac{5 \log_5 4}{\log_5 125}.$$

(*Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1951*)
599. Los x op uit:
 $2 \log(x+1) - \log(x^2 - 1) = \log \log 8,$
waarbij het grondtal van de logaritme 4 is.
(*Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1952*)
600. Bepaal de logaritmen van 10; 1; -10 ; 10^{-1} ; 0; 100^{-10} ,
a. voor het grondtal 10
b. voor het grondtal $\sqrt[3]{10}$
zonder gebruikmaking van een logaritmentafel.
(*Examen radio Technicus N.R.G. najaar 1952*)
601. Bereken zonder gebruik te maken van een logaritmentafel:
$$\frac{2 \log_2 3 \cdot 3 \log 2}{\log \{3 \log_3 2\}^3}.$$

(*Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1953*)
602. Geef een definitie van een logaritme en bewijs met behulp daarvan dat:
 $\log(ab) = \log a + \log b$ en dat: $a^p = p \log a$.
Als gegeven is $\log 2 = 0,30$ en $\log 3 = 0,48$ bereken dan $\log \frac{0,8}{300}$, $\log 24$ en $\log 0,5$.
Van welk getal is de logaritme dan 2,18 ?
(*Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1954*)
603. Bereken $0,1^{0,7}$ indien gegeven is dat $\log_{10} 2 = 0,3$.
(*Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1954*)
604. Bereken:
$$\frac{\log_2 \{ \log_8 4 + \log_5 \sqrt[3]{625} \} + \log_{10} 10^{\log_{10} 3}}{\log_{10} 30}$$

(*Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1954*)
605. Los a en b op uit: $\frac{\log a}{\log b} = 3$ en $\log a - \log b = -2$, als gegeven is dat het grondtal van het logaritmenstelsel 10 is.
(*Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1956*)



606. Los x op uit: $\log \sqrt{x+1} + \log \sqrt{x + \frac{2}{3}} = \frac{3}{2} - \log 2$.

(antwoord: $x = 16$.)

607. Idem uit: $\log(x-4) = \log 3 + \frac{1}{2} \log(x-6)$.

(antwoord: $x = 10$ en $x = 7$.)

608. Idem uit: $\log x = \frac{1}{3} \log p - \frac{2}{3} \log a$

$$\log_{x+4}(2x+1) = 1$$

$$\log_{x-4}(10-x) = 2.$$

(antwoord: $x = \frac{1}{a} \sqrt[3]{pa}$; $x = 3$; $x = 6$)

609. Vereenvoudig: $\log_6 5 \times \log_5 216$; $\log_4 25 \times \log_5 \sqrt[3]{7} \times \log_{49} \frac{1}{32}$
 $\frac{\log_5 25 - \log_{10} 10}{\log_3 5 \cdot \log_{25} 3}$.

610. Welke waarden van x tussen 0° en 360° voldoen aan de vergelijking:

$$\log_2(\sin x) = -2^{-1} ?$$

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1956)

611. Los x op uit de vergelijking:

$$x^{2 \log x - 5} = 1$$

(grondtal van het logaritmenstelsel is 25)

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1957)

612. Gegeven: $\log_3 5 = 1,4650$.

Bereken met behulp van dit gegeven zonder gebruik te maken van een logaritmentafel $\log_5 3$.

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1957)

613. Los x op uit de vergelijking: $3^x - 4 \cdot 3^{x-2} = 45$.

(antwoord: $x = 4$.)

614. Idem uit:

$$\log \frac{(x+1)^{\log(x+1)}}{(x+1)^3} = 10^{\log 3} + \log 15 + 2 \log 2 - \log 6 - 6.$$

(antwoord: $x = 2$ (het antwoord $x = 1$ voldoet niet).

615. Los x op uit: $\frac{\log_8 x}{\log_8 5} \cdot \log_5 \frac{x}{25} = 10^{\log_{10} 7} \cdot 6^{\log_6 5}$.

(antwoord: $x = 5^7$ en $x = 5^{-5}$.)

616. Bereken:

$$10^{\log 3} + \log 15 + 2 \log 2 - \log 6 =$$

$$5^{\log 30 - \log 3} - 25^{\log 5} = \quad (\text{grondtal } 5)$$

617. Bereken: $\log 60 - \log 24 + \log 4 - \frac{5 \log 5}{\log 10^{-2}} \cdot \frac{10^{\log 4}}{\log 25}$.
 Bereken voor grondtal 6:
 $6\sqrt{6}^{\log 10 - \log 5 + \frac{1}{2} \log (\log 18 + \log 72)}$.
618. Los x op uit: $2x - 8 \log 2 = x(x - 2) \log 5 + (x - 4)(x + 2) \log 2$.
 Idem uit: $4 \log x = \log(2 \cdot 12^2) + \log \frac{1}{8} x^3$.
619. Bereken: $\log_2 5$ als gegeven is $\log_{10} 2 = 0,3$.
(Examen Radio Technicus voorjaar 1958)
620. Bereken x uit: $\log_8 \left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \log_{16} \sqrt[3]{(3x - 2)^2}$.
 Idem uit: $\log \log x = \log(40 - 2 \log x) + 1$ bij grondtal 2.
621. Bepaal de wijzer uit de logaritmen van de volgende getallen:
 $\log 23,15$; $\log 372,80$; $\log 0,00371$; $\log 1,34000$; $\log 1,578$; $\log 0,2461$.
 (antwoord: de wijzer is resp.: 1; 2; -3; 6; 0; -1.)
622. Als gegeven is $\log 5 = 0,69897$ bepaal dan de volgende logaritmen:
 $\log 500$; $\log 0,00005$; $\log 125$; $\log 0,25$; $\log 6,25$; $\log -5$.
 (antwoord: **2,69897**; **0,69897**; $\log 125 = \log 5^3 = 3 \log 5 = 3 \times 0,69897 = \mathbf{2,09691}$
 $\log 0,25 = \log \frac{25}{100} = \log 25 - \log 100 = \log 5^2 - \log 10^2 = 2 \log 5 - 2 \log 10 =$
 $= 2 \times 0,69897 - 2 = 1,39794 - 2 = \mathbf{0,39794 - 1}$.
 $\log 6,25 = \log \frac{5^4}{100} = 4 \log 5 - 2 = 4 \times 0,69897 - 2 = \mathbf{0,79588}$; $\log -5$ is onbestaanbaar.)
623. Bepaal de wijzer uit de logaritmen van de volgende getallen:
 $\log 12,54$; $\log 3,718$; $\log 0,0000178$; $\log 32456789$; $\log 0,145$; $\log 138,567$.
624. Als gegeven is $\log 7 = 0,84510$ bepaal dan de volgende logaritmen:
 $\log 7000$; $\log 0,00007$; $\log 49$; $\log 3,43$; $\log 34,3$; en $\log -7$.
625. Gegeven is $\log 2 = 0,30103$ en $\log 3 = 0,47712$.
 Bepaal: $\log 6$; $\log 1,2$; $\log 0,00018$; $\log 0,36$.
626. Bepaal de logaritmen uit de volgende getallen:
 $123,45$; $0,00017836$; $1,4789$; $0,23678$; 7689510^{-9} .
627. Idem uit: $37,458$; $345,67$; $6,3245$; $0,00000086437$; $0,47564$; $0,027948$; $52,638$.
628. Idem uit: 17 ; $83,34$; $0,001257$; 195810^{-10} ; $3,245$.
629. Herleid: $2 \log 7 - 3 \log 2 + \log 40 - \log 98 + \log 4 - \frac{\frac{1}{2} \log 49}{\log 10^{-3}} \times \frac{\log_{10} 3}{2 \log \sqrt{7}}$.
630. Bepaal: $\log \log 17,834$; $\log \log \log 13,48$; $\log \log 15,23$.

R.T.

Opgaven Algebra

Nadruk verboden 59



HILVERSUM

631. bepaal x als:

a. $\log x = 0,34674$

b. $\log x = 1,56062$

c. $\log x = 3,82000$

d. $\log x = 6,76545$

632. Idem:

a. $\log x = 0,23905 - 2$

b. $\log x = 0,38543 - 1$

c. $\log x = 0,77612 - 1$

d. $\log x = 0,52802 - 5$

633. Idem:

a. $\log x = 4,63280$

b. $\log x = 0,37149$

c. $\log x = 0,46324 - 4$

d. $\log x = 0,93456 - 2$

634. Idem:

a. $\log x = 0,00318$

b. $\log x = 0,02623 - 1$

c. $\log x = 1,00660$

d. $\log x = 2,04365$

635. Idem:

a. $\log x = 0,27052$

b. $\log x = 0,56042 - 3$

c. $\log x = 2,68030$

d. $\log x = 6,44048$

636. Bereken:

a. $x = \frac{6,314 \times 0,26341 \times 183,45}{2,35 \times 0,6380 \times 40,402}$

b. $x = \frac{3,3^2 \times 3,54^3 \times 5,671^4}{2,81^2 \times 5,3674 \times 12,476^3}$

637. Bepaal:

a. $\sqrt[5]{385,41}$

c. $\sqrt[7]{7,8354}$

b. $\sqrt[14]{5,32^3 \times 2,183^5}$

d. $\frac{\sqrt[8]{2,3146^3}}{\sqrt[6]{3,5162^5}}$

638. Bereken:

a. $\sqrt[3]{7 + \sqrt[4]{7 + \sqrt[5]{7}}}$

b. $\sqrt[5]{\frac{13,28^2 - 2,183^2}{5,163^2 - 3,333^2}}$

N.B. Denk aan de ontbinding $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

639. Bereken x uit:

$$(x - 3,416)^3 = \frac{(-5,182)^2 \cdot (11,335)^3}{(-2,1634)^5}$$

640. Bereken uit:

a. $x = \sqrt[3,4]{1,761^{0,33}}$

b. $x = 12,51^{3,12} \sqrt[6,72]{0,3185^{0,176}}$.

641. Twee complexe getallen worden op elkaar gedeeld. Het quotiënt der moduli is 8. Het argument van het complexe getal van de teller is 45° , die uit de noemer 30° . Bepaal de reële- en het imaginaire deel van het quotiënt.
642. Bepaal Z en $\tan \varphi$ van het complexe getal $\bar{Z} = \frac{12+5j}{3-5j}$.
(Opmerking: niet vermenigvuldigen met het toegevoegd complexe getal van de noemer)
643. Bepaal de wortels uit de complexe vorm: $\sqrt{3+4j}$.
644. Bepaal de modulus van de volgende complexe getallen:

$$\bar{Z} = \frac{(3+4j)(12-5j)}{j(3-4j)}; \quad \bar{Z} = \frac{(1+2j)(4-2j)}{(2-j)(2+4j)}$$
645. Bepaal modulus en $\tan \varphi$ van de complexe getallen:

$$\bar{Z} = j(1-j); \quad \bar{Z} = 5j(1-3j)$$
646. Indien $y = 3x^3 - 5x^2 + 4x + 7$, bereken dan y als $x = 1+j$.
647. Voor welke waarde van a is de vorm:

$$1 + \frac{8-3aj}{3-aj} + \frac{6j-1}{6j}$$
 reëel?
648. Bereken x en y uit:

$$(1+j)x + (1-j)y = 4(1-j)$$

$$(1-j)x + (1+j)y = 6(1-j)$$
649. De vergelijking $x^2 + (4+2j)x + a + jb = 0$ en heeft twee gelijke wortels. Bepaal a en b .
650. Bewijs met behulp van de stelling van De Moivre dat $(a+jb)^n$ en $(a-jb)^n$ toegevoegd complex zijn.
651. Bewijs de gelijkheid:

$$(\cot x - j)^{-n} + (\cot x + j)^{-n} = 2 \sin^n x \cdot \cos n x$$
652. Bepaal de wortels uit de vergelijking $x^4 = 1$ en teken deze wortels in het complexe vlak. (opmerking: Laat de waarde die men vindt in \cos en \sin staan. Werk deze echter wel om tot goniometrische verhoudingen in het eerste kwadrant.)
653. Bereken de modulus en het argument van het complexe getal:

$$\left(\frac{1}{1+ja}\right)^2$$

Teken dit getal in het complexe vlak voor: $a = 0, \frac{1}{2}, 1, \text{oneindig}, -1, -\text{oneindig}$.

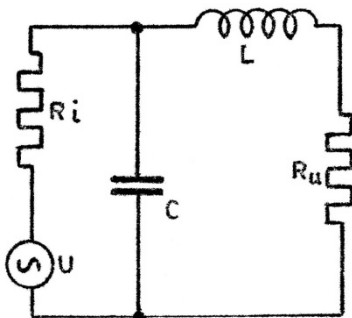
(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1952)



654. Van een complex getal \bar{Z} is ρ de modulus en φ het argument.
Bepaal de modulus en het argument van de getallen:
 $2\bar{Z}$, $\frac{1}{2}\bar{Z}$, $j\bar{Z}$, en het getal \bar{Z}' dat toegevoegd complex is aan \bar{Z} .
(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1953)
655. Bepaal de wortels uit de vergelijkingen $x^6 = 64j$.
656. Bepaal $\sqrt[3]{j}$ en $\sqrt{-64j}$.
657. Bepaal op twee manieren $\sqrt{-15 - 8j}$.
658. Aan welke voorwaarde moet φ voldoen opdat $(1 + j \tan \varphi)^n = (1 - j \tan \varphi)^n$?
659. Van twee complexe getallen \bar{u} en \bar{v} zijn de argumenten resp. 45° en 60° .
Van het product $\bar{u} \cdot \bar{v}$ is de modulus 4.
Bereken het reële en het imaginaire gedeelte van dit product.
(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1955)
660. Bepaal de modulus en het argument van het complexe getal \bar{Z} . Waarvoor geldt:
$$\bar{Z} = (1 + j\sqrt{3}) - j$$

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1953)
661. Een weerstand R en een condensator C worden in serie aangesloten op een spanning $U = \hat{U} \cos \omega t$. Bereken de stroom als functie van de tijd. Doe dit op de uitgebreide manier zoals dit in de les behandeld is. schrijf daarna de oplossing direct op.
662. Idem als 661, doch nu is de spanning $U = \hat{U} \sin \omega t$.
663. Gegeven R, L en C in serie. Door het circuit loopt een stroom $i = \hat{i} \cos \omega t$.
Bepaal de aangelegde spanning als functie van de tijd, tevens de spanning over de weerstand, de spanning over de spoel en de spanning over de condensator als functie van de tijd.
664. Een weerstand en een spoel zijn parallel geschakeld. De aangelegde spanning is:
 $u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$. Bepaal de stroom door de weerstand en door de spoel als $f(t)$.
665. Een weerstand en een spoel in serie zijn parallel geschakeld aan een condensator.
De aangelegde spanning is $U = \hat{U} \sin \omega t$. Bepaal de stroom als $f(t)$.
666. Idem als 665, doch nu is de totaalstroom gegeven als $i = \hat{i} \cos \omega t$.
Bepaal de aangelegde spanning als $f(t)$.

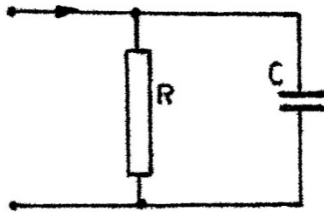
667.



Gegeven: $i = \hat{i} \cos \omega t$
 $\omega = 10^5 \text{ rad/sec}$
 $R_i = 10^4 \Omega$
 $R_u = 10 \Omega$

Gevraagd: Bepaal L en C zodanig dat het vermogen afgegeven aan R_u zo groot mogelijk wordt. Bereken voor dat geval de effectieve waarde van de spanning aan de klemmen van R_u . Geef ook een uitdrukking voor deze spanning als functie van de tijd.
(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1951)

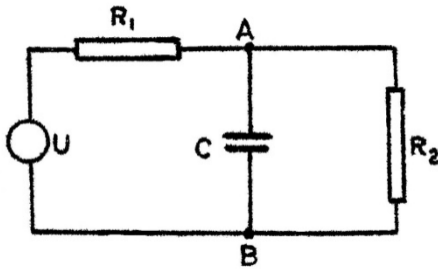
668.



Door de parallelschakeling van R en C vloeit een stroom $i = \hat{i} \sin \omega t$.
Geef de uitdrukking voor de spanning op de condensator als functie van de tijd.
Teken in een grafische voorstelling de effectieve waarde van de spanning op C als functie van ω bij constante \hat{i} .

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1951)

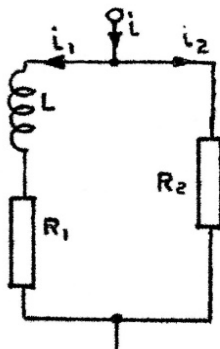
669.



Gegeven: $u = \hat{u} \sin \omega t$.
Bepaal de momentele waarde van de spanning tussen de punten A en B.

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1952)

670.

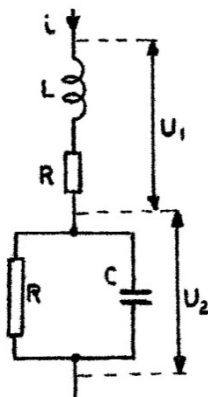


gegeven: $i = \hat{i} \sin \omega t$

Bereken de momentele waarde van i_1 en i_2

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1952)

671.



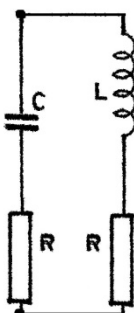
Door een keten waarvan het schema in nevenstaand figuur is gegeven vloeit een wisselstroom met een zodanige frequentie dat $\omega L = \frac{1}{\omega C}$.

De beide weerstanden zijn gelijk. De momentele waarde van de spanning u_1 kan worden voorgesteld door $\hat{u} \sin \omega t$.

Geef de momentele waarde van de spanning u_2 in een formule weer.

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1954)

672.



a. Bereken de complexe impedantie \bar{Z}_{12} .

b. Voor welke frequentie treedt resonantie op?

c. Hoe groot is dan Z_{12} bij resonantie?

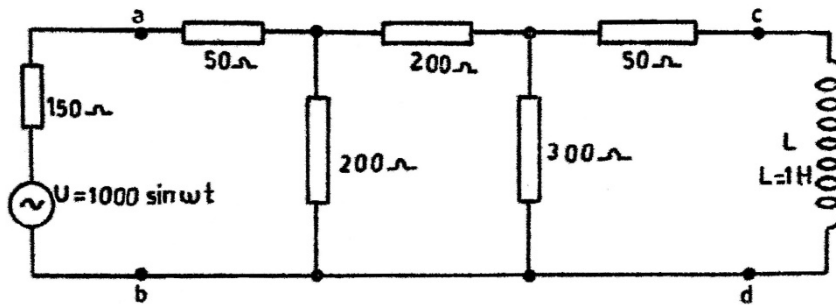
d. Wat wordt de uitdrukking voor Z_{12} als men voor $\sqrt{\frac{L}{C}}$ gelijk maakt aan R .

Wat voor bijzonders kan men in dit geval opmerken aan deze uitdrukking.

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1954)



673.



$$u = \hat{u} \sin \omega t$$

$$\hat{u} = 1000 \text{ V}$$

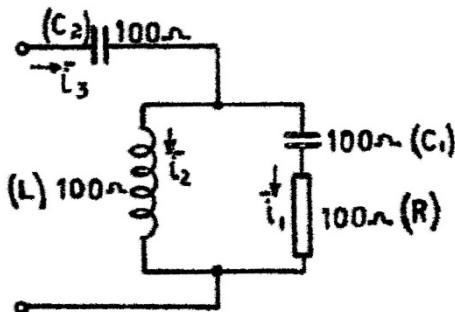
$$\omega = 150 \text{ rad/sec.}$$

Gevraagd:

1. Hoe groot is de maximale waarde van de stroom door L ?
Pas bij voorkeur het theorema van Thévenin toe.
2. Hoe groot is de faseverschuiving tussen de generatorspanning en de stroom door L ?
3. Geef een uitdrukking voor de momentele waarde van de stroom door L .
4. Wanneer men de spoel aangesloten op de klemmen c, d . vervangt door een weerstand R_u , hoe groot moet de waarde van R_u gekozen worden als men wenst dat de warmte-ontwikkeling in deze weerstand zo groot mogelijk wordt?

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1954)

674.

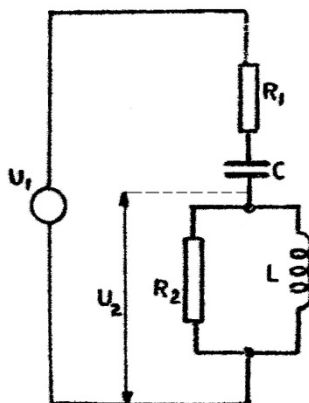


Op de in de figuur getekende keten wordt een sinusoidale wisselspanning aangesloten met een zodanige frequentie dat de reactantie van de spoel en de beide condensatoren 100Ω bedragen. Teken het vectordiagram van alle in de keten optredende stromen en spanningen in een stroom- en spanningsdiagram.

Als de aangesloten spanning 100 V bedraagt hoe groot is dan het door de weerstand R afgenomen vermogen?
Als voor de aangesloten spanning geldt:
 $u = \hat{u} \cos \omega t$, welke uitdrukking geldt dan voor de momentele waarde van i_1 ?

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1955)

675.

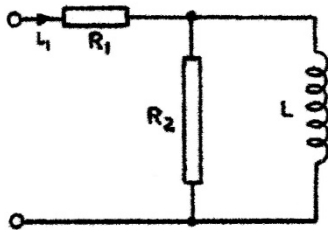


In de schakeling mogen de inwendige weerstand van de generator en de verliezen van de spoel en de condensator verwaarloosd worden.

De frequentie van de door de generator geleverde wisselspanning heeft een zodanige waarde dat de spanning u_2 t.o.v. u_2 een faseverschuiving van 90° vertoont.
Bereken het vermogen dat de generator levert.

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1955)

676.



Door nevenstaande schakeling vloeit een sinusoidale wisselstroom i met een effectieve waarde van 10 mA en een frequentie van $\frac{200}{\pi} \text{ Hz}$.

Bereken het vermogen dat de schakeling opneemt.

(Examen Radio Technicus N.R.G. najaar 1956)

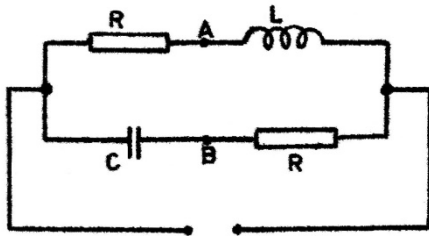
677.

Gegeven een complex getal $3 + 4j$ en een complex getal $5 + 3j$.
Construeer het beeldpunt van het product van deze twee complexe getallen.

678.

Idem als opgave 677:
Construeer het beeldpunt van het quotiënt.

679.



Gegeven: $R = 500 \Omega$; $L = 0,6 \text{ mH}$
 $C = 10^4 \text{ pF}$; $\omega = 2 \cdot 10^6$
Rad/sec.; $\hat{U}_a = 100 \text{ V}$.

Bereken de spanning \hat{U}_{AB}
Hoe groot is de faseverschuiving tussen \hat{U}_{AB} en \hat{U}_a ?
Welke ijlt voor?

680.

Gegeven zijn twee complexe getallen
 $\bar{z}_1 = \frac{1}{a + j}$ en $\bar{z}_2 = \frac{1}{4 + j}$ (a is reëel)

Het verschil van de argumenten van deze getallen is 90° .
Hoe groot is a ?

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1957)

681.

Op een schakeling (tweepool) staat een spanning $e = 5 \cos \omega t$ (V).
De stroom door de schakeling is $i = 20 \cos \omega t + 10 \sin \omega t$ (mA).
De hoekfrequentie ω is 300 rad/sec .
Hoe groot is het gemiddelde vermogen dat de schakeling opneemt?
Uit welke twee elementen kan de schakeling zijn samengesteld?
(bereken de elementen).

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1957)

682.

Op een schakeling staat een sinusoidale wisselspanning met een amplitude van $0,5 \text{ V}$ en een frequentie van 50 Hz . Op het tijdstip $t = 0$ is de momentele waarde van de spanning $0,25 \text{ V}$ (spanning toenemend). De complexe voorstelling van de impedantie van de schakeling bij de gebruikte frequentie is $\frac{1}{1+j} \Omega$

Gevraagd wordt de momentele waarde van de stroom door de schakeling als functie van de tijd.

(Examen Radio Technicus N.R.G. voorjaar 1958)