R.T.

<u>Inhoud Theoretische Elektriciteitsleer.</u>

HILVERSUM

		blz.
Hoofdstuk 1		
1.1	Elektrische leidingen	1
1.2	Dynamische elektriciteit	4
Hoofdstuk 2		9
2.1	Elektriciteitsbronnen	9
2.2	De inwendige weerstand van elektriciteitsbronnen	13
2.3	Serieschakeling van elektriciteitsbronnen	15
2.4	parallelschakeling van elektriciteitsbronnen	15
2.5	Elektrische energie en elektrisch vermogen	17
2,6	Elektrisch vermogen	18
2.7	Rendement	19
Hoofdstuk 3		23
3.1	Schakelingen van weerstanden	23
3.2	Brug van Wheatstone	29
3.3	Wetten van Kirchhoff	30
3.4	Mechanisch warmte-equivalent	35
Hoofdstuk 4		37
4.1	Capaciteit	37
4.2	schakeling van condensatoren	38
4.3	Diëlectricum, diëlectrische verplaatsing	42
4.4	De elektrische veldsterkte	43
4.5	De diëlectrische constante	44
4.6	Het elektrisch veld van een condensator	44
4.7	De elektrische energie in een condensator	45
4.8	Capaciteit van een condensator met verschillende diëlectrica	46
4.9	Kracht tussen de platen van een condensator	48
Hoofdstuk 5		50
5.1	Magnetisme	50
5.2	Magnetisch veld	52
5.3	Elektromagnetisme	53
5.4	Magnetische wet van Ohm	55
5.5	Spoelen met meer dan een winding	56
5.6	Magnetische veldsterkte	57
5.7	Elektromagneten	59
5.8	IJzer in het magnetisch veld	59
5.9	Wet van Coulomb voor magnetisme	62
5.10	Magnetische veldsterkte rond een stroomvoerende geleider	64
5.11	krachten ten gevolge van een magnetisch veld op stroomvoerende geleiders	67
5.12	De kracht tussen twee evenwijdige stroomvoerende geleiders	68
5.13	De kracht op een bewegende lading in een magnetisch veld	69
5.14	De kracht op een stroomvoerende winding in een magnetisch veld	69
5.15	Inductie, wet van Faraday	71
5.16	Zelfinductie	72
5.17	Energie in het magnetisch veld	75
5.18	Krachten tussen twee vlakke magneetpolen	76

Hoofdstuk 1

1,1. Elektrische leidingen.

Zoals we uit de lessen Bijzondere Onderwerpen* hebben geleerd, kunnen we een atoom een positieve of negatieve elektrische lading geven, afhankelijk van het feit of we elektronen onttrekken of toevoegen aan het atoom. Hetzelfde is dus ook mogelijk met een molecuul of wel een verzameling moleculen; dit wil zeggen een hoeveelheid van de een of andere stof. Elk atoom gaat zich dan gedragen als een positief of negatief ion, met andere woorden, de gehele stof gedraagt zich positief of negatief elektrisch geladen. De stof heeft een grotere positieve of negatieve elektrische lading, naarmate er meer elektronen aan onttrokken of toegevoegd zijn,

Indien we een glazen staaf wrijven met een wollen doek, dan zullen elektronen van de glazen staaf overgaan op de doek, dus de staaf is dan positief elektrisch geladen en de wollen doek heeft dan ten gevolge van de opgenomen elektronen een negatief elektrische lading.

Wrijven we een staaf hars met een wollen doek, dan zal juist het tegengestelde plaats vinden, de staaf hars wordt negatief en de wollen doek positief geladen. We zullen later kennis maken men andere middelen met behulp waarvan we een lichaam een elektrische lading geven.

Veronderstel, we hebben een klein lichaam, dat een tekort aan elektronen heeft, dus positief geladen is en een klein lichaam met een teveel aan elektronen, dus negatief geladen, op enige afstand van elkaar opgesteld. We kunnen nu waarnemen, dat beide lichamen een aantrekkende kracht op elkaar uitoefenen. Deze kracht wordt groter naarmate de elektrische lading van de lichamen groter is. De grootte van de kracht is evenredig met het product van beide ladingen. Noemen we de elektrische lading van de lichamen respectievelijk Q_1 en Q_2 dan is de grootte van de kracht evenredig met $Q_1 \times Q_2$. Het is begrijpelijk dat de grootte van de kracht ook afhankelijk is van de afstand tussen de beide lichamen en naarmate de afstand groter wordt, zal de invloed van Q_1 op Q_2 zowel als de invloed van Q_2 op Q_1 afnemen. De kracht is omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tussen de beide lichamen.

Geven we de beide lichamen een negatieve lading, of beide lichamen een positieve lading dan zullen zij elkaar afstoten.

De grootte van de kracht waarmede de lichamen elkaar aantrekken of afstoten is nu te bereke-nen met behulp van de Wet van Coulomb nl.

$$K = 9 \times 10^9 \ \frac{Q_1 . Q_2}{a^2} \ \text{N (newton)} .$$

In deze formule worden de ladingen Q_1en Q_2 uitgedrukt in coulombs, en a de afstand in meters. Om de grootte van de kracht in newtons uitgedrukt te krijgen is de evenredigheidsfactor 9×10^9 nodig. Een newton is die kracht die aan de massa van 1 kg een versnelling geeft van $1\, m/sec^2$.

Voorbeeld:

Een positieve lading Q_1 van 1 millicoulomb ($\frac{1}{1000} = 10^{-3}$)
is opgesteld op een afstand van 4 m van een lading van 1 μ coulomb
($= \frac{1}{10^6} = 10^{-6}\, C$).

Bereken de grootte van de kracht en geef aan hoe deze kracht gericht is.

* Zie: Bijzondere onderwerpen. (F.V.)

<u>Oplossing:</u>

De grootte van de kracht berekenen we met:

$$K = 9.10^9 \, \frac{Q_1 \times Q_2}{a^2} \, N$$

$$K = 9.10^9 \, \frac{10^{-3} \times 10^{-6}}{16} = 9.10^9 \, \frac{10^{-9}}{16} = \frac{9}{16} = \mathbf{0{,}5625} \textbf{ newton.}$$

De lichamen zullen elkaar met de berekende kracht aantrekken.

Met behulp van de elektroscoop kunnen we onderzoeken of een lichaam elektrisch geladen is en eventueel bepalen of een lichaam positief of negatief geladen is. De elektroscoop bestaat uit een metalen staaf die in een glazen fles is opgesteld, terwijl aan de onderkant van de staaf twee blaadjes Bladgoud zijn bevestigd en aan de bovenkant een metalen knop (zie fig. 1,1).

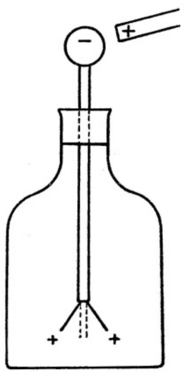


Fig. 1,1. Elektroscoop.

Naderen we de metalen knop met een positief geladen lichaam, dan zal een deel van de elektronen welke over de knop, staaf en blaadjes goud verdeeld zijn, zich onder de aantrekkende werking van de positieve lading in de knop verzamelen.
De knop wordt dus negatief elektrisch geladen en de blaadjes bladgoud, die dus een tekort aan elektronen krijgen, worden positief elektrisch geladen.
Dank zij deze positieve lading zullen de blaadjes elkaar afstoten, dus gaan uitwijken. Naderen we de knop met een negatief geladen lichaam, dan zullen de elektronen uit de knop worden weggestoten en zich naar de blaadjes bladgoud bewegen. Deze blaadjes worden nu negatief opgeladen en stoten elkaar weer af en wijken dus eveneens uit.
De knop is nu positief geladen.
Veronderstel dat de blaadjes bladgoud negatief geladen zijn. Naderen we nu de knop met een tweede voorwerp waardoor de uitwijking minder zou worden, dan moet dit voorwerp een positieve lading hebben. Zou de uitwijking van de blaadjes groter worden door het bijbrengen van dat tweede voorwerp, dan moet dit voorwerp dus negatief geladen zijn. Op deze wijze kunnen we dus de aard van de lading van een voorwerp bepalen.

Uit het voorgaande hebben we geleerd dat elektrische lading, hoewel zij geen “contact” met elkaar hebben, elkaar toch beïnvloeden. Hoe is dat te verklaren?
Een voorwerp, waarvan het elektrisch evenwicht is verstoord, zal zich “van nature” tegen deze verstoring verzetten, of zelfs, zal trachten de verstoring op te heffen. Dit verzetten tegen de verstoring zal bv. bij een positief geladen lichaam (een tekort aan elektronen) zich uiten in een aantrekken van de elektronen; bij een negatief geladen voorwerp in een afstoten van de elektronen welke in de omgeving voorkomen.

De ruimte waarin zich bovengenoemde krachten doen gevoelen, noemt men het <u>elektrisch krachtenveld</u> of korter het <u>elektrisch veld</u>. Theoretisch zal dit veld zich over oneindig grote afstanden doen gevoelen.

We stellen zo’n elektrisch veld voor door elektrische krachtlijnen, dit zijn de banen die een positieve elektrische lading onder invloed van het geladen lichaam zou afleggen.

Te maken opgaven Th.E. No. 1 t/m 4. (oplossingen inleveren).

Veronderstellen we een positief geladen bol geheel alleen in de ruimte opgesteld, dan zou het elektrisch veld voor te stellen zijn door krachtlijnen die radiaalsgewijze uit de bol treden (zie fig. 1,2). In fig. 1,3 hebben we enkele elektrische krachtlijnen weergegeven die ontstaan ten gevolge van een positief en een negatief geladen lichaam die op een zekere afstand van elkaar zijn opgesteld.
De krachtlijnen treden bij de positieve lading uit (pijlrichting) en eindigen op de negatieve lading.

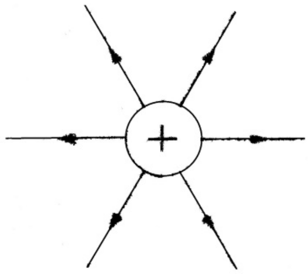


Fig. 1,2. Het elektrisch veld bij een vrij opgestelde positieve lading.

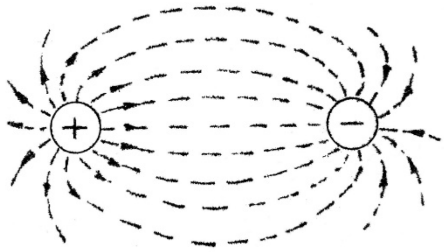


Fig. 1,3. Het elektrisch veld bij twee tegengestelde ladingen.

In fig. 1,4 zijn de krachtlijnen weergegeven die ontstaan bij twee positief geladen lichamen.

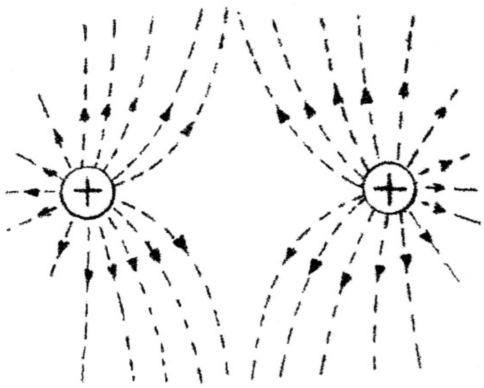


Fig. 1,4. Het elektrisch veld bij twee positief geladen lichamen.

In elk punt is de grootte van de kracht te berekenen met de Wet van Coulomb. In elk punt zal de grootte van de kracht weer anders zijn. We drukken dit uit door de elektrische veldsterkte.
Onder elektrische veldsterkte in een punt van het veld wordt verstaan, de kracht die op de eenheid van positieve lading, in dat punt geplaatst, wordt uitgeoefend.

Is in het punt P een lading van 1 coulomb aanwezig, dan zal de kracht 1 N zijn indien in P de eenheid van veldsterkte heerst. Indien de lading in punt P gelijk is aan Q coulomb en heerst daar een veldsterkte E dan is de kracht $K = Q.E$ newton. Ook wel genoemd de coulombkracht.

Volgens de Wet van Coulomb is de kracht die twee ladingen $Qen\ Q_2$ op elkaar uitoefenen op afstand a: $K = \ 9.10^9\ \frac{Q\cdot Q_1}{a^2}\ N.$

De veldsterkte *E* op afstand *A* is dus de kracht door Q en Q_1 op de eenheid van lading ($Q_1 = 1$ coulomb) uitgeoefend.

$$E = 9.10^9\ \frac{Q}{a^2}\ \text{volt/meter.}$$

Hierin wordt Q in coulomb, *a* in meter en *E* in volt per meter uitgedrukt.

Voorbeeld:

Bepaal de veldsterkte die een elektrische lading van $\frac{1}{10^{10}} = 10^{-10}$ coulomb, die aanwezig is op een bolvorming lichaam, veroorzaakt op een afstand van 6 m.

Oplossing:

De veldsterkte is te berekenen met:

$$E = 9.10^9\,\frac{Q}{a^2} = 9.10^9\ \frac{9.10^{-1}}{36} = \frac{9}{360} = \mathbf{0{,}025\ \ V/m}.$$

1,2 Dynamische elektriciteit

Bij de in het voorgaande gebezigde ladingen, waren deze opgesloten in zekere ruimten die gevormd worden door de lichamen. We spreken dan van statische elektriciteit.

Gaan we uit van twee lichamen, die tegengesteld geladen zijn, dus de ene positief en de andere negatief geladen en verbinden we beide lichamen door een koperen draad, dan zullen de lichamen hun verschil in lading vereffenen. Dit vindt plaats doordat het teveel aan elektronen van het negatief lichaam zich beweegt naar het positief geladen lichaam, dat een tekort aan elektronen bezit.
De elektriciteit gaat zich door middel van elektronen bewegen; er ontstaat een elektrische stroom.
We spreken nu van dynamische elektriciteit. We zien dat de elektrische stroom ontstaat doordat de elektronen (negatieve elektriciteit) zich gaan verplaatsen, dus bewegen de elektronen zich van de negatieve lading naar de positieve lading.

We kunnen nu ook zeggen dat de positieve elektriciteit zich gaat verplaatsen in tegengestelde richting dus van de positieve lading naar de negatieve lading. In het algemeen zullen we de stroom volgens de laatste opvatting aangeven. De hoeveelheid elektronen die zich per tijdseenheid door de verbindingsdraad beweegt, bepaalt de grootte van de stroom, de stroomsterkte. Het aantal elektronen dat per tijdseenheid door de geleider stroomt, dus de stroomsterkte, is van verschillende factoren afhankelijk. In de eerste plaats van het verschil in elektrische lading van de beide lichamen. We kunnen ook zeggen dat de stroom afhankelijk is van het verschil in potentiaal van de beide lichamen.

Te maken opgaven Th.E. No 5 t/m 7. (Oplossingen inleveren).

Onder potentiaal van een punt A wordt verstaan, de arbeid, die nodig is om een positieve eenheid van lading van een punt waar de potentiaal nul is gesteld, naar het punt A te brengen.

In de praktijk heeft men de potentiaal van de aarde, ter plaatse van het grondwater, gelijk aan nul gesteld. Indien we twee lichamen hebben, A en B, de potentiaal van A is 40 V en die van B is 10 V dan kunnen we zeggen dat het potentiaalverschil of de spanning tussen A en B gelijk is aan: $40 - 10 = 30\ volt$. Naarmate de spanning tussen de beide lichamen groter is, is de "kracht" waarmede het verschil in lading zich tracht te vereffenen ook groter.

In de tweede plaats is de stroomsterkte afhankelijk van de aard van de verbindingsdraad tussen de beide lichamen. Gaan de elektronen gemakkelijk of minder gemakkelijk door de draad? Heeft de draad een kleine of grote weerstand voor de elektrische stroom?

Dit hangt af van de materiaalsoort, de lengte en de doorsnede van de draad. Om voor de verschillende materialen aan te geven in welke mate ze de elektrische stroom kunnen geleiden heeft men de specifieke weerstand ingevoerd. (zie M.O. les 1)*. Hoe langer de draad, des te groter zal de weerstand van de draad zijn, want de stroom moet over een grotere afstand zijn weg door het materiaal zoeken.

De weerstand is evenredig met de lengte van de geleider.

Vergelijken we een dikke met een dunne draad, dan zal de elektrische stroom gemakkelijker door de dikke draad, dan door de dunne draad gaan. De weerstand van een dunne draad is dus groter dan de weerstand van een dikke draad.

De weerstand van een geleider is omgekeerd evenredig met de doorsnede van de draad.

We komen tot de volgende formule:

$$R = \frac{\rho \times l}{d} \text{ ohm.}$$

Waarin R, de weerstand van de geleider, in ohm; ρ (rho), de specifieke weerstand van het materiaal, in ohm-meter; (zie M.O. les 1) en l, de lengte in meter is uitgedrukt; d, is de doorsnede van de geleider in m^2.

Voorbeeld:

a. Bereken de weerstand van een koperen draad met een doorsnede van 1 mm^2 en een lengte van 50 m bij een temperatuur van 20 °C.

b. Bereken eveneens de weerstand, indien de draad een doorsnede van ½ mm^2 heeft, bij dezelfde lengte en temperatuur.

c. Bereken tenslotte de weerstand van de draad van 50 m lengte en een diameter van 1 mm bij bovengenoemde temperatuur.

Oplossing:

a. De doorsnede van 1 mm^2 wordt in m^2 uitgedrukt $10^{-6}\ m^2$.

$$R = \frac{\rho \times l}{d} = \frac{1{,}7.10^{-8} \times 50}{10^{-6}} = 1{,}7 \times 10^{-2} \times 50 = \mathbf{0{,}85\ \Omega.}$$

b. $$R = \frac{\rho \times l}{d} = \frac{1{,}7.10^{-8} \times 50}{5.10^{-7}} = 1{,}7 \times 10^{-1} \times 10 = \mathbf{1{,}7\ \Omega.}$$

($0{,}5\ mm^2 = 5.10^{-7} m^2$).

*M.O. = Materialen en Onderdelen (FV)

c. Hiervoor berekenen we eerst de doorsnede van de draad. Daar deze cirkelvormig is, kunnen we de doorsnede berekenen met de formule voor de oppervlakte van een cirkel.
Opp. Cirkel $= ¼\,\pi D^2$, waarin D de diameter of middellijn is, $\pi = 3{,}14$ is een constante (pi = 3,14). De doorsnede is dus: ¼ $\pi\ (10^{-3})^2 =$ ¼ $\pi.10^{-6}\ m^2$.
De weerstand wordt nu:

$$R = \frac{\rho \times l}{d} = \frac{1{,}7 \times 10^{-8} \times 50}{\frac{1}{4}\pi.10^{-6}} = \frac{1{,}7 \times 50 \times 10^{-2} \times 4}{\pi} = \frac{3{,}4}{3{,}14} = \mathbf{1{,}08\ \Omega}$$

De weerstand van de geleider is ook nog afhankelijk van de temperatuur waarop de geleider zich bevindt. Voor nauwkeurige berekening van de weerstand zullen we de temperatuur ook in aanmerking moeten nemen. (zie M.O. les 2).

<u>Voorbeeld:</u>

Bepaal de weerstandstoename van een koperen draad van ¼ mm diameter en een lengte van 500 m ten gevolge van een temperatuurstijging van 20- tot 50 °C.

<u>Oplossing:</u>

De weerstand van de draad bij 20 °C is:

$$R_{20} = \frac{\rho \times l}{d} = \frac{1{,}7 \times 10^{-8} \times 500}{\frac{1}{4}\pi\ \frac{1}{16}.10^{-6}} = \frac{1{,}7.10^{-2}.\ 500\ .\ 64}{\pi} =$$

$$= R_{20} = \frac{1{,}7 \times 320}{\pi} = 173\ \Omega.$$

Bij 50 °C is de temperatuurstijging $\Delta t = 30$ °C.
De specifieke weerstand bij 50 °C is:

$$\rho_{50} = \rho_{20}(1 + \alpha\Delta t) = 1{,}7.10^{-8}\ (1 + 3{,}910 \times 30)$$

$$\rho_{50} = 1{,}7.10^{-8}(1 + 117.10^{-3}) = 1{,}7 \times 10^{-8} \times 1{,}117 = 1{,}8989\ .10^{-8}\ \Omega m.$$

Afgerond schrijven we:

$$\rho_{50} = 1{,}9 \times 10^{-8}\ \Omega m.$$

De weerstand van de draad bij 50 °C is nu:

$$R_{50} = \frac{\rho_{50} \times l}{d} = \frac{1{,}9\ .10^{-8} \times 500}{\frac{1}{4}.\ \pi.\ \frac{1}{16}.\ 10^{-6}} = \frac{1{,}9 \times 500 \times 4 \times 16 \times 10^{-2}}{\pi}.$$

$$R_{50} = \frac{608}{3{,}14} \approx 194\ \Omega.$$

De toename van de weerstand is nu $194 - 173 = \mathbf{21\ \Omega}$.
Iets korter wordt de bewerking, indien we bij 20 °C niet uitgaan van de specifieke weerstand, maar van de weerstand van de draad bij 20 °C.
Bovengenoemde formule wordt dan:

$$R_{50} = R_{20}(1 + \alpha\Delta t).$$

$$R_{50} = 173(1 + 3{,}9.10^{-3} \times 30) = 173 \times 1.117 \approx 194\ \Omega.$$

Te maken opgaven Th.E. No 8 t/m 13.

De Wet van Ohm.

Uit het voorgaande concluderen we dat de stroomsterkte dus bepaald wordt door de spanning die werkzaam is en de weerstand van de gebezigde geleider.
De stroom is recht evenredig met de spanning en omgekeerd evenredig met de weerstand.
We kunnen de stroomsterkte nu berekenen met behulp van de Wet van Ohm.

$$I = \frac{U}{R} \text{ ampère.}$$

Waarin I, de stroomsterkte, in ampère, is uitgedrukt, als U, de spanning in volt en R de weerstand in ohm wordt uitgedrukt.

De eenheid van stroomsterkte, de ampère, is aanwezig als deze gaande door een oplossing van zilvernitraat per seconde 1,118 mg zilver neerslaat.

De eenheid van weerstand, de ohm, is aanwezig in een kwikkolom van 1,063 m lengte en 1 mm^2 doorsnede bij een temperatuur van 0 °C.

De eenheid van spanning, de volt is aanwezig als deze door een weerstand van 1 ohm een stroom van 1 ampère ten gevolge heeft.

$$I = \frac{U}{R} \text{ ampère} \qquad U = I \times R \text{ volt} \qquad R = \frac{U}{I} \text{ ohm.}$$

Of in woorden:
De stroom is de spanning gedeeld door de weerstand. De spanning is het product van stroom en weerstand. De weerstand is de spanning gedeeld door de stroom.

In het voorgaande hebben we steeds gesproken over de weerstand van een geleider. Het is nu ook mogelijk te spreken van geleiding. Indien de weerstand van een stof groot is, is de geleiding klein. Hieruit volgt dat, als we de geleiding G noemen:

$$G = \frac{1}{R} \quad of \quad R = \frac{1}{G}.$$

De geleiding drukken we uit in siemens, afgekort S.
De Wet van Ohm wordt nu:

$$I = U \times G \text{ ampère} \qquad U = \frac{I}{G} \text{ volt} \qquad G = \frac{I}{U} \text{ siemens.}$$

In woorden wordt deze Wet van Ohm nu:
De geleiding is de stroom gedeeld door de spanning. De stroom is het product van spanning en geleiding. De spanning is de stroom gedeeld door de geleiding.
Ook maakt men wel gebruik van de zogenaamde stroomdichtheid.

Hieronder wordt verstaan de stroomsterkte in A, die per eenheid van oppervlak door de geleider stroomt. De stroomdichtheid wordt uitgedrukt in Ampère/m^2. Indien in een geleider een stroomsterkte van 1 Ampère heerst, vloeit per seconde 1 coulomb elektriciteit door de geleider.

Voorbeeld 1:

Bereken de stroom, die door een weerstand van 1100 Ω gaat, indien deze is aangesloten op een spanning van 220 V.

Oplossing:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{1100} = \frac{1}{5} = \mathbf{0,2\ A}.$$

Voorbeeld 2:

Bereken de stroom, indien een geleiding van $10^{-3}\ S$ is aangesloten op een spanning van 200 V.

Oplossing:

$$I = U.G. = 200 \times 10^{-3} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{10}}\ \mathbf{A}.$$

Voorbeeld 3:

Een draad van nikkel heeft bij 20 °C een weerstand van 440 Ω. de aangesloten spanning is 220 V. Bereken de stroomafname die ontstaat bij een temperatuurstijging van 100 °C.

Oplossing:

$$I_{20} = \frac{U}{R_{20}} = \frac{220}{440} = \frac{1}{2}\ A.$$

De weerstand ten gevolge van 100 °C temperatuurstijging wordt:

$$R_{120} = R_{20}\,(1 + \alpha\Delta t) = 440\,(1 + 5.10^{-3} \times 100).$$

$$R_{120} = 440 \times 1{,}5 = 660\ \Omega.$$

$$I_{20} = \frac{U}{R_{120}} = \frac{220}{660} = \frac{1}{3}\ A.$$

De stroomafname is dus $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}\ \mathbf{A}.$

Indien we door een lange draad een stroom voeren, is de spanning die daartoe nodig is, evenredig met de lengte van de draad: $U = I \times R$.
De spanning tussen twee punten van deze draad, die 1 m van elkaar verwijderd liggen, noemen we de elektrische veldsterkte *E.*

Dus $E = \frac{U}{l}$, als l de lengte van de gehele draad is. Hieruit volgt dat $U = l \times E$.
De elektrische veldsterkte wordt uitgedrukt in volt per meter; afgekort V/m.

Te maken opgaven Th.E. No 14 t/m 20. (Oplossingen inleveren).

Hoofdstuk 2.

2,1 Elektriciteitsbronnen.

Er zijn in de elektro- en radiotechniek elektriciteitsbronnen van verschillende soort in gebruik. We denken hier aan droge batterijen, die in zaklantaarns worden gebruikt of die worden gebruikt voor de voeding van een draagbare radio-ontvanger en de dynamomachines, waarvan de kleine fietsdynamo en de veel grotere machines in de elektrische centrales voorbeelden zijn.

Vroeger werd voor de elektrische bel en voor de telefoon veel gebruik gemaakt van galvanische elementen. We bespreken nu de galvanische elementen en de accumulator; de dynamomachines komen later aan de orde.

a. Galvanische elementen

Een galvanisch element wordt zo genoemd naar Galvani (1737 – 1789), die het eerst de werking ontdekte, waarop deze elementen berusten.
Volta (1745 – 1825), eveneens een Italiaan, maakte het eerst een praktisch bruikbaar element.
Al deze elementen bestaan uit een bak, gewoonlijk van glas, waarin zich een geleidende vloeistof bevindt, bv. verdund zwavelzuur of een salmiakoplossing. In de vloeistof bevinden zich twee platen of staven van verschillende metalen; een ervan kan ook kool zijn. Plaatsen we een zinkplaat in de vloeistof, dan wordt het zink door de vloeistof aangetast; door de scheikundige werking lost een weinig zink in de vloeistof op. Het zijn geen neutrale zinkatomen, die in de vloeistof overgaan, maar positieve zinkionen. Ieder zinkion laat van zijn elektronen er een in de plaat achter.

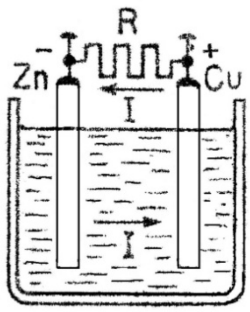


Fig. 2,1. Element van Volta.
Cu: koperen plaat.
Zn: zinken plaat. Door de weerstand en het element vloeit een elektrische stroom.

Het zink verkrijgt dus een negatieve lading, de omringende vloeistof een positieve.
De negatieve plaat oefent op de positieve ionen in de vloeistof een aantrekkende kracht uit. Er zijn dus twee werkingen:
de scheikundige, die positieve ionen uit de plaat trekt, en de elektrische, die positieve ionen naar de plaat trekt. Onder invloed van deze beide werkingen ontstaat er een evenwichtstoestand, waarbij per seconde evenveel positieve lading uit de plaat naar de vloeistof gaat als omgekeerd.

Bij de koperplaat gebeurt hetzelfde, doch in minder sterke mate; de koperplaat krijgt dus een minder grote negatieve lading dan de zinkplaat. Dat wil zeggen, dat het koper positief is geworden ten opzichte van het zink. Worden nu beide platen met een weerstand verbonden , zoals fig. 2,1 aangeeft, dan worden er elektronen door deze weerstand van het zink naar het koper gestuwd.
Daardoor krijgt het koper een grotere negatieve lading dan bij zijn evenwicht met de vloeistof behoort. Het gevolg is, dat het koper positieve ionen uit de vloeistof aantrekt. Deze worden met elektronen uit de plaat geneutraliseerd.

De negatieve lading van de zinkplaat wordt door het wegvloeien van elektronen door de weerstand naar de koperplaat kleiner dan bij het evenwicht met de vloeistof behoort. Dientengevolge zullen hier nieuwe positieve ionen in oplossing gaan, waardoor de negatieve lading van de zinkplaat weer wordt aangevuld.

De scheikundige werking tussen de vloeistof en de beide metalen veroorzaakt, dat als de keten door de weerstand R is gesloten, er voortdurend positieve lading van zink naar vloeistof en van vloeistof naar koper gaat. Zij “pompt” de elektriciteit dus in een bepaalde richting rond.

Men zegt, dat de chemische werkingen in het galvanisch element een elektromotorische kracht (afgekort e.m.k) veroorzaken. Door deze e m k bevinden de ladingen zich voortdurend onder spanning, zowel in het element als in de uitwendige keten (d.i. de weerstand R). Deze e m k wordt uitgedrukt in volts (zo genoemd naar Volta). De grootte van de e m k hangt niet af van de grootte der platen, doch alleen van de stoffen, waaruit het element is opgebouwd. Van een element van Volta bedraagt de e m k ongeveer 1,1 volt (1,1 V).

Er bestaan verschillende andere galvanische elementen, zoals het element van Bunsen, het element van Leclanché, enz. Ze berusten alle op hetzelfde principe als het element van Volta: twee platen of staven van verschillende metalen, of de een van metaal, de andere kool, geplaatst in een geleidende vloeistof, elektrolyt genoemd.

Van al deze elementen wordt het Leclanché-element het meest gebruikt.
De e m k is ongeveer 1,5 V. De ene elektrode bestaat uit zink, de andere uit kool. De elektrolyt is een oplossing van salmiak (=ammoniumchloride) in water. De zinkelektrode wordt negatief, de kool-elektrode positief. Het zink gedraagt zich als bij het element van Volte; de koolelektrode wordt bedekt met waterstof. Deze waterstof biedt een grote weerstand aan de elektrische stroom, zodat de stroom spoedig sterk vermindert en tenslotte geheel ophoudt te vloeien. Om dit te voorkomen wordt de kool-elektrode omgeven door een dikke laag bruinsteen (mangaandioxide).
Bruinsteen bevat veel zuurstof, die zich met de waterstof tot water verbindt. Zodoende wordt de waterstof op de koolelektrode onschadelijk gemaakt.

Zakbatterijtjes en de batterijen voor de voeding van draagbare omroepontvangers bestaan uit een aantal is serie geschakelde Leclanché-elementen. De salmiakoplossing is hierbij door een bindmiddel verdikt om het wegvloeien van de elektrolyt te voorkomen, zo wordt een “droge” batterij verkregen.

De accumulator.

Een galvanisch element is na enige tijd uitgeput. Door de elektrolyt te vernieuwen kan het element soms weer bruikbaar gemaakt worden. Een uitgeputte droge batterij is echter waardeloos geworden. Een accumulator, kortweg accu genoemd, is een bijzonder soort van een galvanisch element. Hij bestaat uit een glazen bak, die gevuld is met verdund zwavelzuur, in de scheikunde aangeduid met $H2O + H2SO_4$. In deze vloeistof zijn twee loodplaten geplaatst. De oppervlakte der loodplaten heeft een bewerking ondergaan, waardoor de ene plaat aan weerskanten is bedekt met loodperoxyde (P_bO_2), hetgeen een bruine kleur heeft. De andere plaat is bedekt met fijn verdeeld lood (P_b), hetgeen grijs van kleur is. De bruine plaat is de positieve pool, de grijze de negatieve.

Tijdens het stroomleveren treedt er in de accu een scheikundige omzetting op, waardoor zich op beide platen loodsulfaat (P_bSO_4) vormt. Daardoor gaan beide platen op den duur minder van elkaar verschillen en wordt het vermogen van de accu om stroom te leveren minder. De zuurconcentratie in de elektrolyt wordt hierbij geringer, daar een gedeelte van het zwavelzuur zich met lood verbindt.

Te maken opgaven Th.E. No. 21 t/m 24. (oplossingen inleveren).

Met behulp van de aanduiding die in de scheikunde gebezigd wordt, kunnen we de scheikundige omzetting als volgt weergeven

$$P_b + P_bSO_4 + 2H_2SO_4 \rightarrow 2P_bSO_4 + 2H_2O.$$

Dit vindt dus plaats tijdens het ontladen. Men kan een accu het vermogen om stroom te leveren teruggeven door er gelijkstroom van een andere stroombron (bv. van het lichtnet met een gelijkrichter) doorheen te voeren. Deze stroom moet dan bij de positieve pool in de accu treden en hem bij de negatieve pool verlaten. De stroom moet hierbij dus door de accu vloeien in de richting tegengesteld aan die van de stroom, die de accu bij gebruik kan leveren. Door de scheikundige werking van de stroom verdwijnt het op beide platen gevormde loodsulfaat (P_bSO_4) en wordt de vroegere toestand hersteld. Men noemt dit proces het laden van de accu.
In formulevorm geschiedt het volgende:

$$2P_bSO_4 + 2H_2O \rightarrow P_b + P_bO_2 + 2H_2SO_4$$

Als dit laden enige uren geduurd heeft, is de accu weer in staat om stroom te leveren.
Als de accu nagenoeg geladen is, dan komt aan de negatieve plaat waterstof vrij. Immers de voor het laden aanwezige hoeveelheid loodsulfaat is dan grotendeels omgezet in lood en de waterstof kan zich niet meer scheikundig verbinden.

Aan de positieve plaat komt dan zuurstof vrij. Ook hier is de aanwezige hoeveelheid loodsulfaat verbruikt; er blijft dan zuurstof over.

De waterstof en zuurstof ontwijken is gasvorm en zo zien we, naarmate de geladen toestand nadert, de vloeistof meer en meer gaat borrelen of koken.

Indien men een accu van geheel nieuwe vloeistof moet voorzien, moet men er om denken, eerst gedestilleerd water in de bak te doen en daarna zwavelzuur in de juiste hoeveelheid toe te voegen.

Doet men dit andersom, dus eerst zwavelzuur en daarop het gedestilleerd water, dan is de reactie zo hevig, dat dit gevaar oplevert voor de mensen in de omgeving.
Bij het laden wordt de concentratie van het zwavelzuur groter en neemt dus het soortelijk gewicht toe; bij het ontladen wordt de concentratie kleiner en neemt het soortelijk gewicht af. Een meting van de zuurconcentratie, dus van het soortelijk gewicht van de elektrolyt, geeft derhalve een aanwijzing hoe ver het laden of ontladen is gevorderd. Om het soortelijk gewicht te bepalen, maken we gebruik van een areometer volgens Baumé, die in fig. 2,2 is weergegeven. Deze bevindt zich in een glazen buis, welke van boven is verwijd en voorzien van een gummibol. In deze buis is de areometer aangebracht, waarop verschillende getallen zijn aangegeven, waarmee de dichtheid van de vloeistof kan worden afgelezen. Door de punt van de buis in het vulgat van de accu te plaatsen, kan men door de gummibol eerst in te knijpen en daarna los te laten het zuur opzuigen. De areometer zal dan tot een bepaalde diepte in het zuur zakken, zodat men is staat is, de dichtheid van het zuur af te lezen.

Indien het zuurgehalte van een geladen accu juist is, bedraagt de spanning 2 V en is het s.g. van het zuur 1,2, hetgeen overeenkomt met 24 ° Baumé. De spanning bedraagt dan, indien de accu nog verbonden is met de stroombron , waaruit de lading plaatsvond, 2,75 V. Na afschakelen van deze stroombron daalt de spanning vrijwel terstond tot 2,1 V.

Bij ontlading daalt de spanning langzaam tot 1,95 V, om daarna snel te dalen tot 1,85 V. indien de spanning eenmaal tot deze waarde is teruggelopen, zal zij zeer snel verder dalen en spoedig nul worden. Bij de spanning van 1,85 V moet de accu dan ook als ontladen worden beschouwd.
De zuurdichtheid in dan 19 ° Baumé. Dan is het dringend nodig opnieuw te laden, anders krijgt de laag loodsulfaat op de platen een ongunstige structuur, waardoor de geschiktheid voor het opnemen en

weer afgeven van elektrische energie blijvend minder wordt.

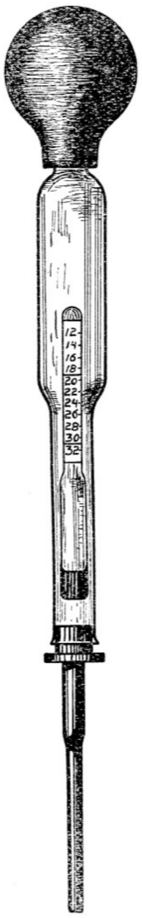


Fig. 2,2 Areometer volgens Baumé.

Fig.2,3 en 2,4 geven een algemeen beeld van het verloop van de spanning tijdens het laden en ontladen.

Bij het laden wordt eerst een klein gedeelte van het water ontleed in waterstof en zuurstof, dat in gasvormige toestand ontwijkt. Daarom moet het niveau van de vloeistof op peil worden gehouden door af en toe gedistilleerd water toe te voegen. Om dezelfde reden is het gevaarlijk accu's te laden in een gesloten vertrek en tijdens het laden de accu's met vuur te naderen. Een mengsel van waterstof en zuurstof in de juiste verhouding heet "knalgas" en ontploft gemakkelijk als er vuur bijkomt.

De uitdrukking "laden van een accu" als ook de naam "accumulator". Wekt gewoonlijk een onjuiste voorstelling. Het is namelijk onjuist te denken, dat de elektriciteit, die de accu binnenkomt, daarin wordt opgespaard om er later, wanneer men de accu als stroombron gebruikt, weer uit te komen. In werkelijkheid geschiedt iets heel anders. Bij het laden van een accu wordt de oorspronkelijke chemische toestand van de platen hersteld; de toegevoerde elektrische energie wordt in chemische energie omgezet. De accu kan dan weer stroom leveren. Het laden van een accu is daarom beter te vergelijken met het opwinden van een veer in een klok dan met het inbrengen van iets. Bij het ontladen wordt de chemische energie weer in elektrische energie omgezet.

De spanning van een accu is afhankelijk van de afmetingen der platen. Doch als de platen groter zijn, kan hij een grotere stroom leveren zonder daardoor te worden beschadigd, of kan eenzelfde stroom gedurende langere tijd worden geleverd alvorens opnieuw laden nodig is.

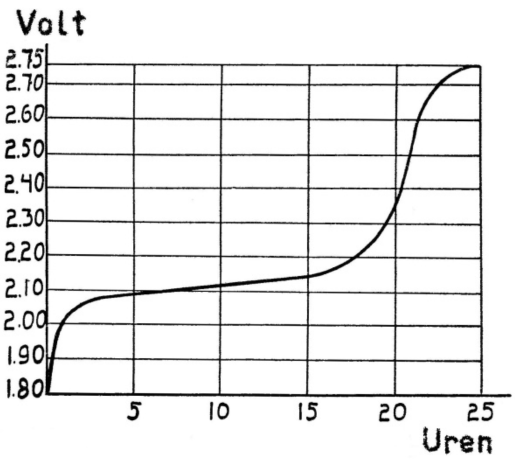


Fig. 2,3. De spanning van een accu als functie van de tijd bij het laden.

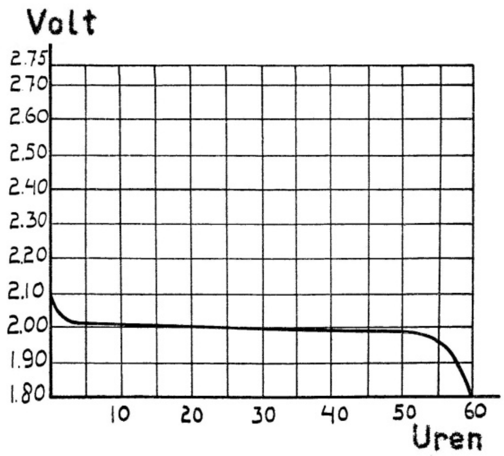


Fig. 2,4. De spanning van een accu als functie van de tijd bij het ontladen.

Te maken opgaven Th.E. No. 25 t/m 28. (Oplossingen inleveren).

We zeggen, dat van een accu met grotere platen (of met een aantal platen parallel geschakeld) de capaciteit groter is. Deze capaciteit wordt uitgedrukt in ampère-uren (afgekort Ah; h is de eerste letter van het Engelse woord hour of het Franse heure, dat uur betekent).

Als een accu 5 A gedurende 10 uur kan leveren, kan deze 1 A gedurende 50 uur leveren; de capaciteit is dan 50 Ah. De capaciteit hangt af van het werkzame oppervlak der platen. Om dit aanzienlijk te vergroten worden de platen niet massief gemaakt, maar in de vorm van een rooster, waarbij de mazen zijn opgevuld met poreus looddioxide (bij de positieve plaat) en poreus lood (bij de negatieve plaat). Bij zware mechanische stoten en bij grote laad- of ontlaadstromen laat deze vulmassa los en wordt de accumulator beschadigd. Voorzichtige behandeling is daarom noodzakelijk.

Een ander type accumulator is de Edison-accumulator, ook wel Nife-accumulator genoemd. Bij deze accumulator zijn de breekbare onderdelen zoveel mogelijk vermeden. De geraamten voor de platen worden vervaardigd uit vernikkeld staalplaat. De actieve massa wordt in de vorm van briketten in nikkelen doosjes verpakt en de geraamten tot een stevig geheel geperst. In de doosjes zijn gaatjes aangebracht om de vloeistof goed in de doosjes te laten doordringen. Voor de positieve plaat zijn de briketten samengesteld uit nikkeloxide en grafiet, terwijl deze voor de negatieve plaat zijn samengesteld uit ijzeroxide en grafiet. De vloeistof is kaliloog (KOH), vandaar ook wel de naam loogaccumulator.

De laadspanning varieert tussen 1,6 en 1,8 V en de ontlaadspanning tussen 1,4 en 1 volt. Dankzij de constructie (de bak kan ook van vernikkeld staalplaat zijn) is deze accumulator goed bestand tegen stroomstoten. Deze accumulator is dan ook beter voor ruw bedrijf geschikt en kan bovendien tot nul volt ontladen worden.

2,2. De inwendige weerstand van elektriciteitsbronnen.

Bij het in fig. 2,1 aangegeven element van Volta, met een weerstand R tussen de klemmen, vloeit een elektrische stroom door deze weerstand van de positieve naar de negatieve pool.
Een elektrische stroom vloeit altijd in een gesloten keten. Bij de negatieve pool vloeit de elektriciteit verder door de zinkplaat, de vloeistof in de bak, de koperplaat en daarna weer door de weerstand R enz.

Niet alleen bij het vloeien door de weerstand R, maar ook bij het vloeien door de metalen platen en door de elektrolyt ondervindt de stroom een zekere weerstand. Daar metalen goede geleiders zijn en de elektrolyt de stroom ook vrij goed geleidt, is de weerstand in deze wel klein, doch kan niet altijd worden verwaarloosd. We noemen dit de inwendige weerstand van het element. Deze duiden we gewoonlijk aan door R_i. Ter onderscheiding wordt de uitwendig aangebrachte weerstand dan aangeduid door R_u. Een accumulator of een element duiden we in schema's aan, zoals in fig. 2,5 is weergegeven. In fig. 2,6 is het vervangingsschema weergegeven van een accumulator waarop een uitwendige weerstand R_u is aangesloten.
De totale weerstand in de keten is dus $R_U + R_i$.
De e m k van het element duiden we aan met U_0.
Dit is de spanning, die we tussen de klemmen van het element kunnen meten met een ideale voltmeter, die de spanning aangeeft zonder dat er stroom door de meter vloeit.
Wordt een uitwendige weerstand R_u aangebracht, dan vloeit er een stroom I, gelijk aan de e m k. U_0

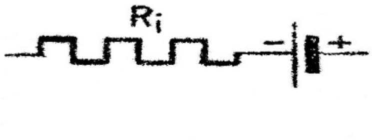


Fig. 2,5. Schemateken element of accumulator.

gedeeld door de totale weerstand $R = R_u + R_i$ van de keten, dus:

$$I = \frac{U_0}{R_u + R_i}$$

De spanning tussen de uiteinden van de weerstand R_u, die gelijk is aan de spanning tussen de klemmen van het element, is:

$$I_{Ru} = U_0 \frac{R_u}{R_u + R_i}$$

We kunnen het element opvatten als een elektriciteitsbron zonder inwendige weerstand, waarvan de spanning gelijk is aan de e m k U_0 van het element, in serie met een weerstand R_i gelijk aan de inwendige weerstand van het element.

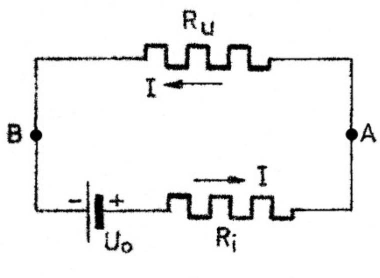


Fig. 2,6. Vervangingsschema van een element met een e m k U_0, een inwendige weerstand R_i en een uitwendige weerstand R_u. A en B: klemmen van het element (A is de positieve, B de negatieve klem).

De spanning tussen de klemmen van het element noemen we de klemspanning U_k. Deze klemspanning kunnen we meten tussen de klemmen A en B.
Deze is gelijk aan de e m k U_0 verminderd met het spanningsverlies $I\,R_i$, dus:

$U_k = U_0 - I\,R_i = I\,R_u.$

Hoe kleiner R_u, des te groter wordt I, des te groter wordt ook IR_i; en des te kleiner wordt U_k.
Om een zo constant mogelijke klemspanning te verkrijgen, onafhankelijk van de grootte van de uitwendige weerstand R_u, moet de inwendige weerstand R_i zo klein mogelijk zijn.

Is R_u oneindig, d.w.z. zijn de klemmen uitwendig niet verbonden, dan is $I = 0$ (er vloeit geen stroom) en is $U_k = U_0$. We noemen daarom de e m k U_0 ook wel de open spanning, d.w.z. de spanning tussen de klemmen als de keten open is.

De grootste stroom verkrijgen we, als $R_u = 0$, dus als de klemmen zijn verbonden door een geleider zonder weerstand. (in de praktijk een korte dikke koperdraad). De stroom die dan optreedt, wordt de kortsluitstroom genoemd en aangeduid door I_k. in dat geval is:

$$I_k = 0 \qquad I_k = \frac{U_o}{R_i}$$

Evenals een galvanisch element heeft een accu ook een inwendige weerstand. Voor een galvanisch element is deze bv. 0,2 Ω, voor een accu in het algemeen veel kleiner, bv. 0,02 Ω of minder.

Ook andere stroombronnen zoals de dynamomachine, bezitten een inwendige weerstand. Daar de inwendige weerstand van een accu zeer klein is, is de kortsluitstroom zeer groot. Bij een e m k van 2 V en een inwendige weerstand van 0,02 Ω is $I_k = \frac{2}{0{,}02} = 100\ A$. Bij een dergelijke grote stroom is het gevaar groot dat de accu wordt beschadigd.
Een accu mag dus nooit worden kortgesloten.

Te maken opgaven Th.E. No. 29 t/m 32. (Oplossingen inleveren).

2,3. Serieschakeling van elektriciteitsbronnen

De spanning van een behoorlijk geladen accu is 2 V. Om een hogere spanning te verkrijgen, schakelt men een aantal accu's in serie. De positieve klem van de tweede wordt verbonden met de negatieve klem van de eerste, enz. zoals fig. 2,7 aangeeft voor een serieschakeling van drie cellen.
Tussen de eindklemmen A en B wordt zo een spanning van $3 \times 2 = 6\ V$ verkregen. Daar iedere cel kan worden beschouwd als de serieschakeling van een emk van 2 V en een inwendige weerstand, is de inwendige weerstand van deze accumulatorenbatterij driemaal de inwendige weerstand van een cel.
Bij een serieschakeling van vele cellen tekent met niet alle cellen, doch alleen de eerste en de laatste, met een stippellijn er tussen. De totale emk wordt er zo nodig bijgeschreven (fig. 2,8).

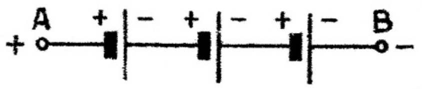


Fig. 2,7
Een accumulatorenbatterij bestaande uit drie cellen.

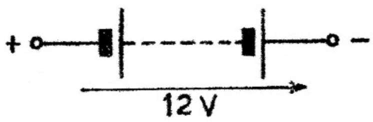


Fig. 2,8.
Een batterij bestaande uit vele cellen.

Bij een serieschakeling van 6 cellen, ieder met een emk van 2 V en een inwendige weerstand van 0,01 Ω, wordt een elektriciteitsbron verkregen met een e m k van 12 V en een inwendige weerstand van $6 \times 0{,}01 = 0{,}06\ \Omega$. Andere elektriciteitsbronnen kunnen op dezelfde wijze in serie worden geschakeld.

2,4. Parallelschakeling van elektriciteitsbronnen

Worden van twee accu's de positieve klemmen met elkaar verbonden en eveneens de negatieve, zoals fig. 2,9 aangeeft, dan zeggen we, dat ze parallel zijn geschakeld.

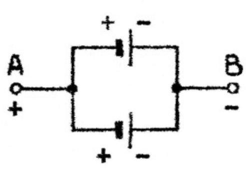


Fig.2,9. Twee accu's parallel geschakeld.

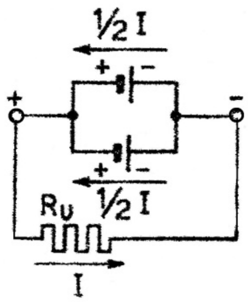


Fig. 2,10. Twee parallel geschakelde accu's belast met een uitwendige weerstand R_u.

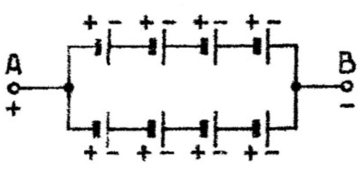


Fig. 2,11. Twee batterijen ieder van 4 cellen parallel geschakeld.

A is de positieve klem of pool, B de negatieve van de parallelschakeling. De open spanning of De emk van het geheel, gemeten tussen de klemmen A en B, is hetzelfde als die van een enkele cel, dus 2 V. De inwendige weerstand is echter de helft geworden.

In de gesloten keten a b c d a vloeit geen stroom, want de algebraïsche som der spanningen is nul: rondgaande ontmoet men 2 V positief en 2 V negatief. Wordt tussen de klemmen A en B een uitwendige weerstand R_u aangesloten (fig. 2,10) dan vloeit door deze weerstand een stroom I. Deze stroom vloeit ook door de accu's tezamen, dus als we onderstellen, dat de accu's volkomen gelijk zijn, door ieder de helft. Is de toelaatbare stroom van een accu bv. 10 A, dan moet men twee accu's parallel schakelen als men een stroom van bv. 15 A verlangt. Wenst men een stroom groter dan 20 A, dan schakelt men nog meer cellen parallel.

Ook twee accubatterijen, ieder bestaande uit een even groot aantal cellen, kan men parallel schakelen (fig. 2,11). De spanning tussen de cellen A en B is: $4 \times 2 = 8\ V$. De inwendige weerstand van iedere batterij is viermaal die van een cel; de inwendige weerstand van de parallelschakeling is de helft daarvan, dus tweemaal die van een cel (aannemende, dat van alle cellen de inwendige weerstand even groot is).

Bij het parallel schakelen is het nodig, dat de spanningen der beide batterijen dezelfde is. Zou bv. de ene parallelle tak bestaan uit 4 cellen en de andere uit 3, dan zou de algebraïsche som der spanningen in de gesloten keten a b c d a 2 V zijn. Is de inwendige weerstand van een cel bv. 0,01 Ω, dan is de totale weerstand in deze gesloten keten 0,07 Ω en zal er een stroom van $\frac{2}{0{,}07} = 28{,}6\ A$ door deze keten, en dus door de accu's vloeien.

Het is de vraag of deze grote stroom toelaatbaar is. De 3 cellen in de ene tak worden geladen door de 4 cellen in de andere tak. Bij het laden stijgt de spanning. Dit gaat door, tot de spanning der 3 cellen $4 \times 2 = 8\ V$ is geworden, dus 2,67 V per cel. Dan houdt de rondgaande stroom op.
Wordt tussen de klemmen A en B een uitwendige weerstand R_u aangesloten, dan vloeit er stroom door deze weerstand, doch de tak met slechts 3 cellen neemt aan deze stroomlevering geen deel..
Het is dus bij parallelschakeling van accubatterijen noodzakelijk, dat iedere tak een even groot aantal cellen bevat.

Nog erger wordt het, indien twee accu's verkeerd met elkaar worden verbonden, zoals bv. fig.2,12 aangeeft. Dan vloeit door de keten a b c d a een kort-sluitstroom, even groot als de kortsluitstroom van een enkele cel. We weten reeds, dat dit niet toelaatbaar is.

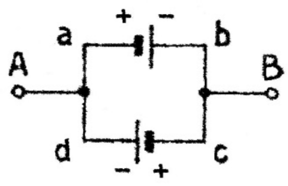


Fig. 2,12. Twee accu's verkeerd parallel geschakeld.

Samenvatting

Een serieschakeling van elektriciteitsbronnen geeft een bron met een grotere emk en een grotere inwendige weerstand; de toelaatbare stroom blijft dezelfde.

Een parallelschakeling van elektriciteitsbronnen geeft een bron met dezelfde spanning, doch een kleinere inwendige weerstand en een grotere toelaatbare stroom.

Te maken opgaven Th.E. No. 33 t/m 36. (Oplossingen inleveren).

2,5. Elektrische energie en elektrisch vermogen.

Schakelen we een elektrische gloeilamp in, dan wordt de gloeidraad warm en straalt licht en warmte uit. Warmte en licht zijn beide vormen van arbeid, ook energie genoemd. Het is een algemene natuurwet, dat niet uit het niets kan ontstaan en ook niet kan verdwijnen. Wel kan een hoeveelheid arbeid in een andere vorm overgaan. De warmte en het licht, die de gloeilamp uitstraalt, vormen een hoeveelheid energie, die langs elektrische weg aan de lamp wordt toegevoerd.

Hoe groter de stroom is, die door de gloeidraad vloeit, des te helderder brandt de lamp en des te meer warmte geeft hij. Een gloeilamp is gemaakt voor een bepaalde stroom I, dus een bepaalde lichtsterkte. Om deze stroom door de gloeidraad te drijven is een bepaalde spanning U nodig. Schakelen we twee gelijke gloeilampen in serie, dan vloeit door de beide gloeidraden dezelfde stroom I. Voor ieder lamp is de spanning U nodig, voor beide dus de spanning 2 U.

De totale hoeveelheid licht en warmte, die de beide lampen uitstralen, zijn tweemaal zo groot als bij een lamp. De elektrische toegevoerde energie is voor de twee lampen dus ook tweemaal zo groot als voor een lamp. De stroom is dus dezelfde gebleven, doch de spanning verdubbeld.
De elektrisch toegevoerde energie is dus bij dezelfde stroom evenredig met de spanning.

Schakelen we de twee gloeilampen parallel en zorgen we weer voor de juiste stroom I door ieder der gloeidraden, dan is de spanning dezelfde als bij een lamp, doch de totale stroom tweemaal zo groot, nl. 2 I. De elektrisch toegevoerde energie is weer tweemaal zo groot als bij een lamp. Deze is dus bij dezelfde spanning evenredig met de stroom. We kunnen de beide gevallen samenvatten door te zeggen, dat de elektrisch toegevoerde energie evenredig is met het product van stroom en spanning.

Gedurende iedere seconde straalt de lamp evenveel licht en warmte uit. Iedere seconde wordt dus evenveel elektrische energie toegevoerd.
Deze is ook evenredig met de tijd. Samenvattend kunnen we dus zeggen, dat de energie, die aan een verbruiksapparaat wordt toegevoerd, evenredig is met het product van stroom, spanning en tijd.

De stroom meten we in ampère, de spanning in volt en de tijd in seconden. Als maat voor de energie wordt de joule gebruikt, afgekort J.
Een joule is de energie, die in 1 seconde aan een verbruiksapparaat wordt toegevoerd, als de spanning 1 volt en de stroom 1 ampère bedraagt. We drukken dit als volgt uit:

$$1J = 1\,V.A.sec$$

Er wordt ook $1J$ verbruikt bij een spanning van 10 V en een stroom van 0,02 A, gedurende 5 sec. $(10 \times 0{,}02 \times 5 = 1)$.

Bij een spanning van 5 volt en een stroom van 2 A wordt er in 7 sec. een energie van $5 \times 2 \times 7 = 70\,J$ verbruikt, d.w.z. in een andere energievorm omgezet. Indien deze stroom vloeit door een weerstand van 2,5 Ω, die daarbij niet zo warm wordt dat hij licht uitstraalt, dan wordt deze energie van $70\,J$ omgezet in warmte.

Daar 1 A sec. de verplaatsing van een lading Q van 1 coulomb betekent, kunnen we voor de Joule ook schrijven:

$$1\text{ Joule} = 1\text{coulomb } \times 1\text{ volt}$$

Of in woorden:
De eenheid van elektrische arbeid wordt geleverd indien een lading van 1 coulomb tegen een spanning van 1 volt in wordt verplaatst.

2,6 Elektrisch vermogen

De energie, die in een weerstand in warmte wordt omgezet, is evenredig met het product van stroom, spanning en tijd. De energie, die per seconde in warmte wordt omgezet en die we het vermogen noemen, is dus evenredig met het product van stroom en spanning.

Als maat voor het vermogen gebruiken we de watt (afgekort W). Een watt is het vermogen, dat aan een verbruiksapparaat wordt toegevoerd bij een spanning van 1 volt en een stroom van 1 ampère. We drukken dit uit als volgt:

$$1W = 1\,V.A.$$

Hieruit volgt:

$$1J = 1\,W.sec.$$

Is bv. de spanning 220 V en de stroom 0,5 A, dan is het vermogen $220 \times 0{,}5 = 110\ W.$ In 1 minuut (= 60 sec.) wordt dan verbruikt $110 \times 60 = 6600\ J.$

In vele gevallen is de watt een wat kleine maat. We gebruiken dan een maat, die 1000 maal zo groot is, de kilowatt, afgekort kW. Door een weerstand van 100 Ω, aangesloten op een spanning van 1000 V, vloeit een stroom van $\frac{1000}{100} = 10\ A$. Het vermogen, dat in de weerstand in warmte wordt omgezet, is dan $1000 \times 10 = 10.000\ W = 10kW.$

De spanning U tussen de uiteinden van een weerstand R, waar een stroom I door vloeit, is IR. Het vermogen, dat in een weerstand R in warmte wordt omgezet, als er een stroom I door vloeit, is: $IU = I^2R.$

Ook is: $I = \frac{U}{R}$, dus dit vermogen is ook: $IU = \frac{U^2}{R}$.

Bij gebruik van weerstanden dient men twee grootheden in overweging te nemen en wel:

1e De grootte van de weerstand.
2e Het vermogen dat de weerstand op mag nemen zonder een te hoge temperatuur te krijgen.

Deze beide grootheden worden ook bij de weerstanden vermeld.

Voorbeeld: In een keten waarin reeds zeer grote weerstanden voorkomen, vloeit een stroom van 0,1 A. In de keten moet een weerstand van 1000 Ω worden opgenomen. Men heeft alle soorten weerstanden in voorraad, echter voor een maximaal vermogen van 2 watt.
Ga na hoe u een weerstand van 1000 Ω kunt vormen zonder dat het vermogen te groot wordt.

Oplossing: Daar in de keten reeds grote weerstanden voorkomen, zal de stroom ondanks de bijschakeling van 1000 Ω dezelfde, dus 0,1 A blijven.
Daar slechts weerstanden van 2 W voorhanden zijn, mogen we dus niet volstaan met een weerstand van 1000 Ω. we kunnen nu 5 weerstanden van 5000 Ω, 2 W parallel schakelen, zodat we toch totaal een weerstand van 1000 Ω vormen en elke weerstand 2 W opneemt.
Ook kunnen we 6 weerstanden van 6000 Ω elk parallel schakelen, zodat het opgenomen vermogen dan $\frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$ W per weerstand is.

Te maken opgaven van Th.E. No. 37 t/m 41. (Oplossingen inleveren).

2,7 Rendement

Een elektriciteitsbron wordt veelal gebruikt om elektrisch vermogen aan een verbruiker te leveren. Dit leveren van vermogen aan de verbruiker gaat gepaard met het optreden van een elektrische stroom in de keten.
Ten gevolge van deze stroom zal tevens vermogen verloren gaan in de inwendige weerstand van de elektriciteitsbron. De bron levert dus zowel en energie aan de uitwendige verbruiker als aan de inwendige weerstand.

We noemen het totale vermogen dat de elektriciteitsbron levert aan in- en uitwendige weerstand P_i (index i van het Engelse woord "input") en het aan R_u afgegeven vermogen P_o (index o van het Engelse woord "output").

De verhouding van P_o tot P_i geeft ons een indruk van de nuttigheidsgraad of wel het rendement van de schakeling. We duiden het rendement van de schakeling aan met de letter $\boldsymbol{\eta}$ (eta).

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \times 100\ \%$$

Voorbeeld:

Een batterij met een emk van 100 V en inwendige weerstand van 20 Ω, wordt aangesloten op een weerstand van 80 Ω.
Bereken het rendement.

Oplossing:

$$I = \frac{emk}{R_i + R_u} = \frac{100}{20 + 80} = \frac{100}{100} = 1\ A.$$

$$P_i = I \times emk = 1 \times 100 = 100\ Watt.$$

$$P_o = I^2 \times\ R_u = 1^2 \times 80 = \ \ 80\ Watt.$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \times 100\ \% = \frac{80}{100} \times 100\ \% = \mathbf{80}\ \%.$$

Uit dit voorbeeld blijkt dat een afgegeven vermogen van 80 W optreedt bij een rendement van 80 %.

Maken we de uitwendige weerstand kleiner en bv. gelijk aan R_i dan krijgen we het volgende rendement:

$$I = \frac{emk}{R_i + R_u} = \frac{100}{20 + 20} = 2\frac{1}{2}\ A.$$

$$P_i = I \times emk = 2\frac{1}{2} \times\ \ 100 = 250\ Watt.$$

$$P_o = I^2 \times\ R_u = \left(2\frac{1}{2}\right)^2 \times 20 = 125\ Watt.$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \times 100\ \% \ = \frac{125}{250} \times 100\ \% = \mathbf{50}\ \%.$$

Een afgegeven vermogen van 125 W gaat dus samen met een rendement van 50 %. Berekenen we tenslotte het rendement voor het geval dat de uitwendige weerstand kleiner is dan R_i bv. 5 Ω.

$$I = \frac{emk}{R_i + R_u} = \frac{100}{20 + 5} = 4\ A.$$

$$P_i = I \times emk = 4 \times 100 = 400\ Watt.$$

$$P_o = I^2 \times R_u = 4^2 \times 5 = 16 \times 5 = 80\ Watt.$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \times 100\ \% = \frac{80}{400} \times 100\ \% = \mathbf{20}\ \%.$$

We zien uit het bovenstaande dat het afgegeven vermogen de grootste waarde heeft als $R_u = R_i$. Voor alle andere waarden van R_u zal het afgegeven vermogen kleiner zijn.

Dus: <u>Het afgegeven vermogen is maximaal als de uitwendige weerstand gelijk is aan de inwendige weerstand van de batterij.</u>

<u>Het rendement van de schakeling neemt toe naarmate R_u groter gekozen wordt.</u>

Het rendement van een accumulator zou nu bepaald kunnen worden door de verhouding van de energie die de accumulator totaal af kan geven van geladen toestand tot ontladen toestand en de energie die nodig is om dan weer tot de volledig geladen toestand terug te keren. Tijdens het laden en ontladen gaat energie verloren bij de scheikundige omzetting en er gaat energie verloren ten gevolge van de inwendige weerstand.

Indien men op bovengenoemde wijze het rendement bepaalt, dan spreekt men bij de accumulator van het <u>energierendement</u>, hetgeen voor een loodaccumulator ongeveer 75 % kan bedragen en voor een nife-accumulator 50 %. Daar het gebruikelijk is de capaciteit van een accumulator uit te drukken in Ah, bezigt men voor de accumulator het zogenaamde <u>stroomrendement</u> en verstaat men hieronder de verhouding tussen het aantal Ah dat een accumulator kan afgeven en het aantal Ah dat aan de accumulator moet worden toegevoerd om deze te laden. Het stroomrendement van een goede loodaccumulator bedraagt 90 % en voor de nife-accumulator ca. 70 %.
Een loodaccumulator met een <u>capaciteit</u> van 54 Ah, dit is datgene wat een accumulator kan afgeven en dus 90 % van het aantal Ah waarmede de accumulator geladen moet worden, zal tijdens het laden dus $10/9 \times 54\ Ah = 60\ Ah$ moeten opnemen om geheel geladen te zijn.

De capaciteit van een accumulator wordt groter naarmate de ontlading langzamer plaatsvindt, terwijl de capaciteit ook iets zal toenemen bij een hogere temperatuur. Een langzame ontlading van de accumulator is ook gunstig voor het rendement. We kunnen als volgt hier een inzicht in verkrijgen. We onttrekken 10 Ah aan de accumulator door middel van een stroom van ½ A en door middel van een stroom van 1/3 A. in het eerste geval gedurende 20 uur en in het tweede geval gedurende 30 uur. In de inwendige weerstand van de accumulator wordt dus achtereenvolgens een energie verbruikt gelijk aan:

$$W_i = I^2 . R_i = \frac{1}{4} \times R_i \times 20 = 5\ R_i \text{ Joules en}$$

$$W_i = \frac{1}{9} \times R_i \times 30 = 3\frac{1}{3}\ R_i \text{ Joules.}$$

We zien dus bij kleinere stroomafname minder inwendig energieverlies dan bij grote stroomafname, hetgeen het rendement ten goede komt.

Zoals boven werd vermeld is het energierendement kleiner dan het stroomrendement.
Dit zal duidelijk zijn als men bedenkt, dat de gemiddelde spanning tijdens het ontladen kleiner is dan tijdens het laden. Hiermede wordt bij het stroomrendement geen rekening gehouden.

Te maken opgaven Th.E. No. 42 t/m 45. (Oplossingen inleveren).

Het laden van een accumulator moet veelal geschieden met een constante stroom, waarvan de waarde afhangt van de oppervlakte der loodplaten. De waarde van de laadstroom wordt door de fabrikant voorgeschreven.

Zouden we de accumulator zonder meer op een gelijkspanningsbron aansluiten, dan zou tijdens het laden de laadstroomsterkte afnemen. Immers naarmate de accumulator meer geladen wordt, stijgt de spanning. Deze spanning is tegengesteld werkzaam aan de spanning van de laadbron, dus zal de stroomsterkte geleidelijk afnemen.

Om nu de laadstroomsterkte een meer constante waarde te doem behouden, kiest men de spanning van de laadbron iets hoger en schakelt men in serie met de accumulator een veranderlijke weerstand , de voorschakelweerstand, waarvan de waarde dus kleiner moet worden naarmate de lading meer vordert. Ook zijn hiervoor buizen in de handel waarvan de weerstand automatisch afneemt als de stroom kleiner wordt. Gebruikt men een variabele voorschakelweerstand, dan zal men dus tijdens het laden de laadstroomsterkte moeten controleren en eventueel de voorschakelweerstand op de juiste waarde instellen.

Voorbeeld:

Een loodaccumulator bestaande uit 6 cellen in serie geschakeld moet worden geladen met een spanningsbron van 30 volt. De laadstroom is 1½ A en de capaciteit per cel is 54 Ah. de inwendige weerstand van de cellen mag worden verwaarloosd.

Bereken:

a. de minimum- en maximumwaarde van de voorschakelweerstand.
b. Het aantal uren dat de accumulator geladen moet worden.
c. Het aantal kWh dat voor de lading nodig is.

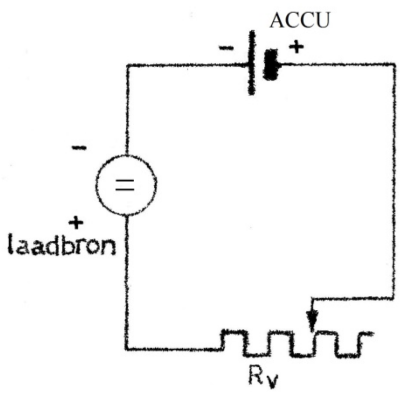


Fig. 2,13. Laadschema voor accumulator.

Oplossing:

a. Het laadschema ziet er dus uit als in fig. 2,13.
In ontladen toestand is de spanning per cel 1,8 V.
De batterij heeft dus totaal $6 \times 1{,}8 = 10{,}8\ V$.
Over de voorschakelweerstand moet dus
$30 - 10{,}8 = 19{,}2$ volt vallen.
Daar de stroom 1½ A is, is de waarde van de voorschakelweerstand:

$\frac{19.2}{1{,}5} = \mathbf{12{,}8\ \Omega}$..

Aan het einde van de lading is de spanning per cel 2,75 V, dus een batterijspanning $6 \times 2{,}75 = 16{,}5\ V$.
Over de voorschakelweerstand moet dus vallen:
$30 - 15{,}5 = 13{,}5\ \ V$. Nu moet de voorschakelweerstand dus zijn: $\frac{13.5}{1{,}5} = \mathbf{9\ \Omega}$.

b. De capaciteit per cel is 54 Ah. We moeten bedenken dat de cellen in serie geschakeld zijn, dus alle tegelijk geladen worden.
Toegevoerd moet nu worden $10/9 \times 54 = 60\ Ah$.

De laadtijd is dus: $\frac{60}{1{,}5} = \mathbf{40\ uren.}$

c. Daar gedurende 40 uren een stroom loopt van 1,5 A, terwijl de spanning van de laadbron 30 V is, is het toegevoerd vermogen $30 \times 1{,}5 = 45\ W = 0{,}045\ kW$. De toegevoerde energie is dus: $0{,}045 \times 40 = \mathbf{1{,}8\ kWh.}$

Voorbeeld:

Een loodaccumulatorbatterij bestaande uit 12 cellen in serie moet worden geladen met een gelijkspanningsbron van 100 V. De inwendige weerstand per cel is 0,05 Ω.
De laadstroom moet 2 A zijn.
Hoe groot is de minimum- en maximumwaarde van de voorschakelweerstand?

Oplossing:

De batterij heeft dus een inwendige weerstand van $12 \times 0{,}05 = 0{,}6\ \Omega$.
In ontladen toestand is de spanning van de batterij $12 \times 1{,}8 = 21{,}6\ V$.
Over de weerstand in de keten moet dus vallen $100 - 21{,}6 = 78{,}4\ V$.
De weerstand in de keten moet dus zijn:

$$\frac{78{,}4}{2} = \mathbf{39{,}2\ \Omega}.$$

Hiervan wordt 0,6 Ω geleverd door de inwendige weerstand van de batterij; de voorschakelweerstand is dus: $39{,}2 - 0{,}6 = 38{,}6\ \Omega$.
In geladen toestand is de batterijspanning $12 \times 2{,}75 = 33\ V$.
Over de totale weerstand moet dus $100 - 33 = 67\ V$ vallen.
Deze weerstand moet zijn:

$$\frac{67}{2} = 33{,}5\ \Omega.$$

De voorschakelweerstand is dus $33{,}5 - 0{,}6 = \mathbf{32{,}9\ \Omega}$.
De weerstanden welke in de laadschakelingen worden toegepast moeten in het algemeen een groot vermogen zonder schadelijk gevolgen kunnen opnemen. We zullen voor beide bovenstaande voorbeelden nagaan welk vermogen door deze weerstanden ongeveer te verwerken is.

In het eerste voorbeeld waren de uiterste waarden van de voorschakelweerstand 12,8 en 9 Ω. Gemiddeld mogen we dus werkzaam denken een weerstand:

$$\frac{12{,}8 + 9}{2} = 10{,}9\ \Omega.$$

De laadstroom is 1½ ampère, dus het opgenomen vermogen is:

$$I^2R = \left(1\tfrac{1}{2}\right)^2 \times 10{,}9 = \frac{9}{4} \times 10{,}9 = \mathbf{24{,}5\ Watt}.$$

In het tweede voorbeeld waren de waarden van de weerstand 38,6 en 32,9 Ω.

De gemiddelde waarde is hiervan $\frac{38{,}6 + 32{,}9}{2} = 35{,}75\ \Omega$.

De stroom is 2 A en het opgenomen vermogen is nu: $I^2R = 4 \times 35{,}75 = \mathbf{143\ Watt}$.

Te maken opgaven Th.E. No. 46 t/m 50. (Oplossingen inleveren).

HTS RENS & RENS HILVERSUM

Hoofdstuk 3

3.1 Schakelingen van weerstanden.

a. Serieschakeling.

Indien enige weerstanden achter elkaar of in serie worden geschakeld en aangesloten worden op een batterij met een emk U_0, dan zal de stroom achtereenvolgens de inwendige weerstand van de batterij en de drie uitwendige weerstanden doorlopen (zie fig. 3,1).

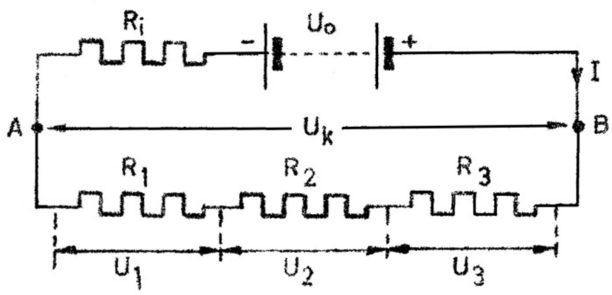


Fig. 3,1. Serieschakeling van weerstanden

We stellen de batterij voor door een spanningsbron in serie met de inwendige weerstand van de batterij.
De getekende spanningsbron moet dus zonder inwendige weerstand worden opgevat, want deze is daarnaast weergegeven.
De klemspanning van de batterij treedt dus op tussen de punten A en B.
De stroom in de keten zal dus zijn:

$$I = \frac{U_0}{R_i + R_1 + R_2 + R_3}\,.$$

We kunnen nu de schakeling vereenvoudigd denken door één weerstand (vervangings-weerstand R_v) op de batterij aangesloten te denken.

$$R_v = R_i + R_1 + R_2 + R_3.$$

Hieruit volgt dus dat de totale weerstand gevormd door enige in serie geschakelde weerstanden bepaald wordt door de som van de geschakelde weerstanden.

De klemspanning is: $U_k = I(R_1 + R_2 + R_3)$. De spanningen over de weerstanden zijn:

$$U_1 = I \times R_1 \qquad U_2 = I \times R_2 \qquad U_3 = I \times R_3.$$

b. Parallelschakeling.

Worden de weerstanden naast elkaar of parallel geschakeld (zie fig. 3,2) dan zal de stroom I_t, die de batterij levert, bij A gekomen zich splitsen in drie delen nl. I_1, I_2 en I_3. Deze drie stromen zullen bij B gekomen zich weer verenigen tot I_t. Hieruit volgt dat $I_t = I_1 + I_2 + I_3$.
Daar de stroom I_t nu niet door één weerstand behoeft te vloeien, maar zich verdeelt over drie stroom-wegen naast elkaar, zal de weerstand die door I_t wordt ondervonden kleiner zijn dan een van de geschakelde weerstanden.
De waarden van I_1, I_2 en I_3 hangen af van de waarde van de weerstand welke zij moeten doorlopen.

De weerstand welke we in de plaats van de drie parallel geschakelde weerstanden kunnen denken, de vervangingsweerstand, is als volgt te berekenen. Noemen we de klemspanning, de spanning die over elk der drie weerstanden werkzaam is U_k, dan is:

$I_1 = \frac{U_k}{R_1}$ $\quad$ $I_2 = \frac{U_k}{R_2}$ $\quad$ $I_3 = \frac{U_k}{R_2}$.

Daar $I_t = I_1 + I_2 + I_3$ is

$$I_t = \frac{U_k}{R_1} + \frac{U_k}{R_2} + \frac{U_k}{R_3}.$$

Door de vervangingsweerstand moet bij dezelfde klemspanning U_k de stroom I_t optreden, dus:

$$I_t = \frac{U_k}{R_v}.$$

Passen we dit op het voorgaande toe dan vinden we:

$$\frac{U_k}{R_v} = \frac{U_k}{R_1} + \frac{U_k}{R_2} + \frac{U_k}{R_3}.$$

Delen we aan beide zijden van het = -teken door U_k, dan verkrijgen we:

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Of in woorden: De omgekeerde waarde van de vervangingsweerstand van enige parallel geschakelde weerstanden is gelijk aan de som van de omgekeerde waarden van de geschakelde weerstanden.

Bedenken we dat de geleiding die elk der drie stromen in fig. 3,2 ondervindt gelijk is aan de omgekeerde waarde van de weerstand, dus:

$g_1 = \frac{1}{R_1}$ $\quad$ $g_2 = \frac{1}{R_2}$ $\quad$ $g_3 = \frac{1}{R_2}$.

Dan kunnen we de totale geleiding in siemens berekenen uit:

$$g_v = g_1 + g_2 + g_3.$$

Indien twee weerstanden parallel geschakeld zijn dan is de vervangingsweerstand te berekenen uit:

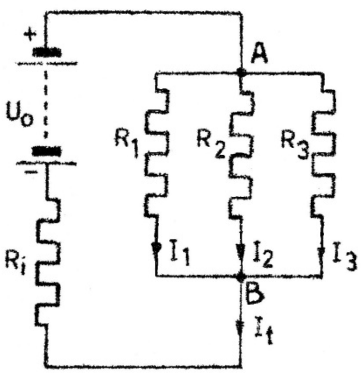


Fig. 3,2. Parallelschakeling van weerstanden.

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Door de breuken achter het = -teken onder een noemer te brengen, verkrijgen we:

$$\frac{1}{R_v} = \frac{R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_1}{R_1 R_2} \text{ of:}$$

$$\frac{1}{R_v} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}.$$

Keren we deze vorm om dan geeft dit:

$$R_v = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Te maken opgaven Th.E. No. 51 t/m 55. (Oplossingen inleveren).

De vervangingsweerstand van twee parallel geschakelde weerstanden is te berekenen uit het product gedeeld door de som van de twee weerstanden.

Voorbeeld: Bereken de stroom door en de spanning over elk der uitwendige weerstanden van gegeven schakeling (zie fig. 3,3), waarvan gegeven is:

$U_0 = 50\ V$ $R_i = 5\ \Omega$
$R_1 = 40\ \Omega$ $R_2 = 60\ \Omega$
$R_3 = 20\ \Omega.$

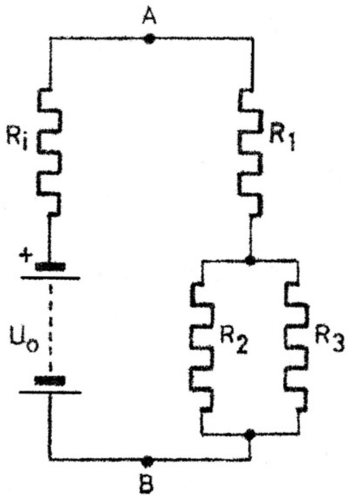


Fig. 3,3. Berekening stromen en spanningen.

Oplossing: De vervangingsweerstand van R_2 en R_3 is gelijk aan:

$$R_v = \frac{R_2 \,.\, R_3}{R_2 + R_3} = \frac{60 \times 20}{60 + 20} = \frac{1200}{80} = 15\ \Omega\ .$$

Het schema kan nu vereenvoudigd worden zoals in fig.3,4 is weergegeven.
De totale weerstand van de keten bestaat nu uit drie in serie geschakelde weerstanden waarvan de totale waarde bedraagt:

$$R_t = R_i + R_v = 5 + 40 + 15 = 60\ \Omega.$$

De stroom die de batterij levert is nu:

$$I_t = \frac{U_0}{R_t} = \frac{50}{60} = \mathbf{\frac{5}{6}}\ \boldsymbol{A}.$$

De spanning welke over R_1 ontstaat is:
$I_t \times R_1 = U_{R1} = 5/6 \times 40 = 33\ \ 1/3\ V.$
De spanning over $R_v = I_t \times R_v = U_{R_v} =$
$= 5/6 \times 15 = 12½$ V.
De stroom I_t gaat door R_1 en zal zich, bij de parallelschakeling gekomen, in twee delen splitsen. De spanning U_{R_v} is eveneens werkzaam over de weerstanden R_2 en R_3.
De stroom is dus:

$$I_{R_2} = \frac{U_{Rv}}{R_2} = \frac{12\frac{1}{2}}{60} = \frac{25}{120} = \mathbf{\frac{5}{24}}\ \boldsymbol{A}.$$

De stroom door R_3 is:

$$I_{R_3} = \frac{U_{Rv}}{R_3} = \frac{12\frac{1}{2}}{20} = \frac{25}{40} = \mathbf{\frac{5}{8}}\ \boldsymbol{A}.$$

We zien dat de som van de stromen I_{R_2} en I_{R_3} gelijk is aan I_t.

$$I_{R_2} + I_{R_3} = \frac{5}{24} + \frac{5}{8} = \frac{5}{24} + \frac{15}{24} = \frac{20}{24} = \mathbf{\frac{5}{6}}\ \boldsymbol{A}.$$

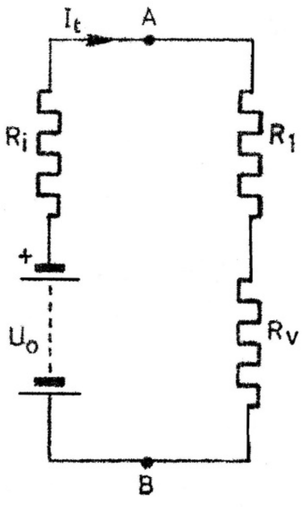


Fig. 3,4. Vereenvoudiging van fig. 3,3.

Het inwendig spanningsverlies is bepaald door: $I_t \times R_i = U_i = \frac{5}{6} \times 5 = \mathbf{4\frac{1}{6}}\ \boldsymbol{V}.$

Het totaal der spanningen over de weerstanden moet gelijk zijn aan U_0.

$$U_0 = U_i + U_{R_1} + U_{R_v} = 4\tfrac{1}{6} + 33\tfrac{1}{3} + 12\tfrac{1}{2} =$$
$$= 4\tfrac{1}{6} + 33\tfrac{2}{6} + 12\tfrac{3}{6} = \mathbf{50}\ \boldsymbol{V}.$$

Voorbeeld: Bepaal de vervangingsweerstand en de stroom door- en de spanning over elk der weerstanden van de schakeling volgens fig. 3,5a, als gegeven is:

$U_0 = 120\ V$
$R_i = 20\ \Omega$ $R_1 = 60\ \Omega$ $R_2 = 120\ \Omega$
$R_3 = 40\ \Omega$ $R_4 = 400\ \Omega$ $R_5 = 800\ \Omega$
$R_6 = 160\ \Omega$ $R_7 = 80\ \Omega$

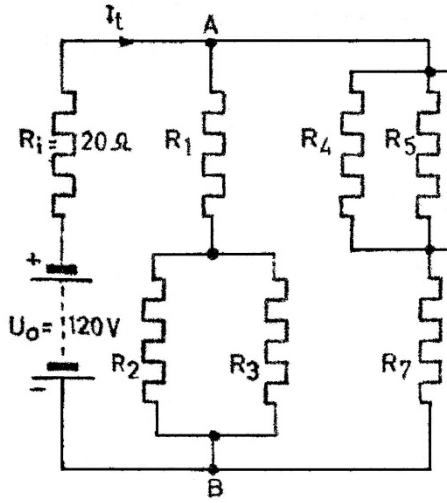


Fig. 3,5. Berekening stromen en spanningen in gemengde schakeling.

<u>Oplossing</u>:
De vervangingsweerstand R_{v_1} van de weerstanden R_2 en R_3 is:

$$R_{v_1} = \frac{R_2 \,.\, R_3}{R_2 + R_3} = \frac{120 \,.\, 40}{120 + 40} = \mathbf{30\ \Omega.}$$

De vervangingsweerstand R_{v_2} van R_4, R_5 en R_6 is:

$$\frac{1}{R_{v_2}} = \frac{1}{400} + \frac{1}{800} + \frac{1}{160} = \frac{2+1+5}{800} = \frac{8}{800}$$

of: $R_{v_2} = \mathbf{100\ \Omega.}$

We kunnen het schema eenvoudiger voorstellen zoals in fig. 3,5b is weergegeven.
De vervangingsweerstand van R_1 en R_{v_1}, die gelijk is aan:
$R_{v_3} = R_1 + R_{v_1} = 60 + 30 = 90\ \Omega$, staat nu parallel aan de vervangingsweerstand van R_{v_2} en R_7, die gelijk is aan:
$R_{v_4} = R_{v_2} + R_7 = 100 + 80 = \mathbf{180\ \Omega}$.

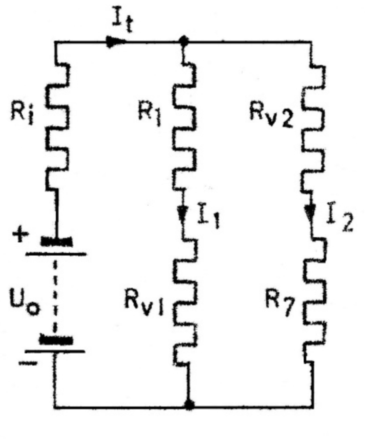


Fig. 3,5b. Vervanging van het schema volgens fig. 3,5a.

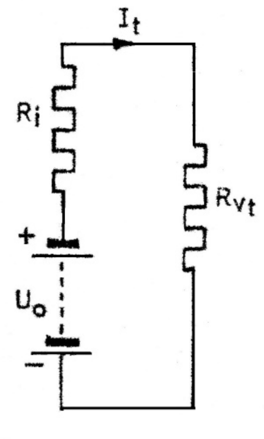


Fig. 3,5c. Vervanging van het schema volgens fig.3.5b.

De totale vervangingsweerstand zie fig. 3,5c van de uitwendige weerstanden R_t is nu dus:

$$R_{v_t} = \frac{R_{v_3} \times R_{v_4}}{R_{v_3} + R_{v_4}} = \frac{90 \times 180}{90 + 180} = \mathbf{60\ \Omega}.$$

De stroom die de batterij levert is dus:

$I_t = \frac{U_0}{R_i + R_{vt}} = \frac{120}{20 + 60} = 1\frac{1}{2}\ A.$

In de overeenkomstige geleidingen van de schema's volgens fig. 3,5b en fig. 3,5a, vloeit dus ook deze stroom I_t.

Over de vervangingsweerstand R_{vt} wordt dus nu een spanning ontwikkeld $U_k = I_t \times R_{vt} =$
$= 1\frac{1}{2} \times 60 = 90\ V.$

Deze spanning werkt ook over de serieschakeling van R_1 en R_{v1} en over de serieschakeling van R_{v2} en R_7 in fig. 3,5b, dus tussen de punten A en B.
De stromen I_1 en I_2 zijn nu te berekenen.

$I_1 = \frac{U_k}{R_1 + R_{v1}} = \frac{90}{60 + 30} = 1\ A.$

$I_2 = \frac{U_k}{R_7 + R_{v2}} = \frac{90}{100 + 80} = \frac{1}{2} A.$

Door I_1 wordt over R_1 en R_{v1} de volgende spanningen ontwikkeld:

$U_{R1} = I_1 \times R_1 = 1 \times 60 = \mathbf{60\ V}.$

$U_{Rv1} = I_1 \times R_{v1} = 1 \times 30 = \mathbf{30\ V}.$

En door I_2 ontstaan over R_{v2} en R_7 de spanningen:

$U_{Rv2} = I_2 \times R_{v2} = \frac{1}{2} \times 100 = \mathbf{50\ V}.$

$U_{R7} = I_2 \times R_7 = \frac{1}{2} \times 80 = \mathbf{40\ V}.$

De spanning U_{Rv1} is tevens de spanning over de parallelschakeling van R_2 en R_3 in fig. 3,5a en veroorzaakt de stromen:

$I_{R2} = \frac{U_{Rv1}}{R_2} = \frac{30}{120} = \mathbf{\frac{1}{4}\ A}.$

$I_{R3} = \frac{U_{Rv1}}{R_3} = \frac{30}{40} = \mathbf{\frac{3}{4}\ A}.$

De spanning U_{Rv2} is in fig. 3,5a werkzaam over de parallelschakeling van R_4, R_5 en R_6 en veroorzaakt de stromen:

$I_{R4} = \frac{U_{Rv2}}{R_4} = \frac{50}{400} = \mathbf{\frac{1}{8}\ A}.$

$I_{R5} = \frac{U_{Rv2}}{R_5} = \frac{50}{800} = \mathbf{\frac{1}{16}\ A}.$

$I_{R6} = \frac{U_{Rv2}}{R_6} = \frac{50}{160} = \mathbf{\frac{5}{16}\ A}.$

Hiermede zijn alle voorkomende spanningen en stromen in het schema volgens fig. 3,5a bekend.

Voorbeeld : Bepaal de spanning die ontstaat tussen de punten A en B van het schema volgens fig. 3,6 als gegeven is:

$U_0 = 100\ V \quad R_1 = 600\ \Omega \quad R_2 = 1400\ \Omega$
$R_3 = 2800\ \Omega \quad R_4 = 1200\ \Omega$

De inwendige weerstand van de batterij mag worden verwaarloosd.

Oplossing: De batterij maakt punt C 100 V positief ten opzichte van punt D. Ten gevolge van deze spanning gaat een stroom I_1 door de serieschakeling van R_1 en R_2 en een stroom I_2 door de serieschakeling van R_3 en R_4.
Deze stromen zijn respectievelijk:

$$I_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2} = \frac{100}{600 + 1400} = \frac{1}{20}\ A.$$

$$I_2 = \frac{U_0}{R_3 + R_4} = \frac{100}{2800 + 1200} = \frac{1}{40}\ A.$$

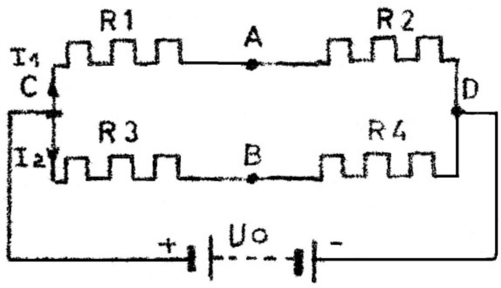


Fig. 3,6. Bepaling spanning tussen de punten A en B.

De stroom I_1 heeft over R_2 een spanning ten gevolge, waardoor punt A positief wordt ten opzichte van punt D.
Deze spanning is $U_{A-D} = I_1 \times R_2 = \frac{1}{20} \times 1400 = 70\ V$.

De stroom I_2 maakt punt B positief ten opzichte van punt D ten gevolge van de spanning over R_4.

De spanning is $U_{B-D} = I_2 \times R_4 = \frac{1}{40} \times 1200 = 30\ V$.

Hieruit blijkt dat punt A meer positief ten opzichte van D is dan punt B.
Dus is punt A ook positief ten opzichte van punt B. De potentiaal van punt A te opzichte van punt B is dus $70 - 30 = 40\ V$. De spanning tussen de punten A en B is dus 40 V waarbij A positief is ten opzichte van B.

Te maken opgaven Th.E. No 56 t/m 63. (Oplossingen inleveren).

3,2. Brug van Wheatstone.

Het is nu ook mogelijk de waarde van de weerstanden in fig.3,6 zo te kiezen, dat de spanning tussen de punten A en B nul volt is.

We zullen gaan onderzoeken aan welke voorwaarden de weerstanden moeten voldoen om de spanning tussen A en B , de brugpunten genaamd, nul volt te doen zijn.

De spanningen U_{R2} en U_{R4}, respectievelijk over de weerstanden R_2 en R_4 moeten nu gelijk zijn, dus $I_1 \times R_2 = I_2 \times R_4$.

Voor de stromen I_1 en I_2 kunnen we achtereenvolgens invullen:

$I_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$ en $I_2 = \frac{U_0}{R_3 + R_4}$.

Dit in de voorgaande gelijkheid gesubstitueerd, geeft:

$\frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_0 R_4}{R_3 + R_4}$.

Aan beide zijden van het = -teken gedeeld door U_0 brengt:

$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$.

Door aan beide zijden van het = -teken te vermenigvuldigen met $(R_1 + R_2)$ en $(R_3 + R_4)$ krijgen we de gelijkheid:

$(R_3 + R_4)R_2 = (R_1 + R_2)R_4$

Uit deze vorm de haakjes weggewerkt:

$R_3R_2 + R_4R_2 = R_1R_4 + R_2R_4$

We kunnen nu beide leden verminderen met R_2R_4.

Dit geeft: $R_2R_3 = R_1R_4$.

Deze schakeling komt veelvuldig voor aangezien hiermee de waarde van een onbekende weerstand kan worden bepaald. De schakeling heet dan de brug van Wheatstone. Tussen de beide brugpunten wordt dan een gevoelige stroommeter geplaatst (zie fig. 3,7). De schakeling bestaat nu uit de bekende weerstanden R_1 en R_2, de variabele weerstand R_v waarvan de waarde in elke stand kan worden afgelezen en de onbekende weerstand R_x. Is de waarde van R_v zó ingesteld dat de stroommeter nul aanwijst, dan is er dus tussen de brugpunten nul volt aanwezig. Dus is voldaan aan de voorwaarde:

$R_x \times R_2 = R_1 \times R_v$.

In woorden:

De producten van de tegenover elkaar geplaatste weerstanden zijn gelijk.

We kunnen in bovengenoemde gelijkheid aan beide zijden van het = -teken delen door R_2 en krijgen dan:

$$R_x = \frac{R_1 \times R_v}{R_2}.$$

Indien de weerstanden R_1 en R_2 gelijk in grootte gekozen worden dan wordt $R_x = R_v$. In dit geval is de waarde van de variabele weerstand gelijk aan die van de onbekende weerstand.

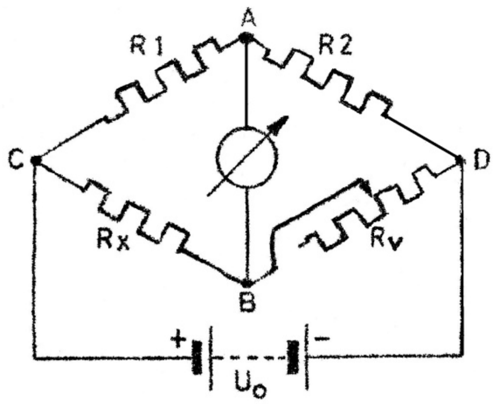


Fig. 3,7. Brug van Wheatstone.

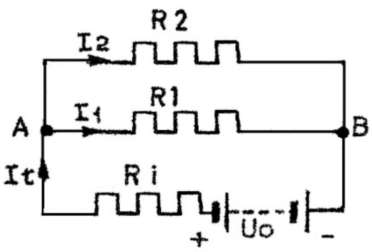


Fig. 3,8. Stromen bij een knooppunt.

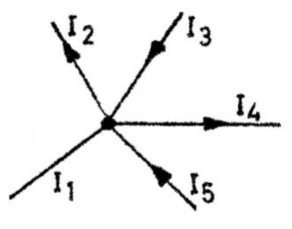


Fig. 3,9. Toepassing 1^e Wet van Kirchhoff.

3.3. Wetten van Kirchhoff.

1^e Wet van Kirchhoff.

Beschouwen we nog eens een keten gevormd door een batterij en enige weerstanden, zoals in fig. 3,8 is weergegeven.
De batterij levert een spanning waarvan we de richting aangeven door een plus- en een minteken. De batterij levert een stroom I_t aan de weerstanden, welke we aangeven door een pijl, waarmede dan de als positief aangenomen richting wordt aangegeven.

De keuze van deze positieve richting is geheel willekeurig. Bij punt A zal de stroom zich in twee delen I_1 en I_2 splitsen. Deze twee stromen verenigen zich bij B weer tot de stroom I_t.

De punten A en B, punten waar enige stromen tezamen komen, worden knooppunten genoemd. Bij een knooppunt is dus altijd sprake van verschillende stromen; stromen naar het knooppunt toe en stromen van het knooppunt af gericht.
De totale stroom die naar het knooppunt toevloeit, moet gelijk zijn aan de totale stroom die van het knooppunt wegvloeit.
Dus in fig. 3,8 is $I_t = I_1 + I_2$.

Om de naar een knooppunt toe- en van een knooppunt wegvloeiende stromen te onderscheiden, kunnen we de naar het knooppunt toevloeiende stroom positief en de wegvloeiende stromen negatief noemen.
Voor de keten in fig. 3,8 kunnen we dus schrijven $I_t - I_1 - I_2 = 0$.

Hiermede zijn we gekomen tot de 1^e Wet van Kirchhoff, deze luidt:

De algebraïsche som van de stromen welke in een knooppunt samenkomen is gelijk nul.

Voorbeeld:

Bepaal de richting en waarde van de stroom I_1 in fig. 3,9.
$I_2 = 4\,A. \quad I_3 = 6\,A, \quad I_4 = 10\,A, \quad I_5 = 3\,A.$

Oplossing:

Veronderstellen we dat I_1 van het knooppunt af gericht is, dan geldt:

$-I_1 + I_3 + I_5 - I_2 - I_4 = 0$
$-I_1 + 6 + 3 - 4 - 10 = 0$
$-I_1 + 9 - 14 = 0$
$-I_1 - 5 = 0$
$I_1 = 5\,A.$

Het minteken in dit antwoord wijst er op dat de stroom I_1 niet in de richting vloeit welke we verondersteld hebben.

De stroomrichting van I_1 is dus naar het knooppunt toe gericht.

2^e Wet van Kirchhoff.

Sluiten we enige in serie geschakelde weerstanden op een batterij aan (fig. 3,10), dan zal de emk U_0 van de batterij in totaal over de aanwezige weerstanden verloren gaan. De in de keten beschikbare spanning zal geheel over de weerstanden verloren gaan. We geven de stroomrichting, die we positief noemen, aan door middel van een pijl. De positieve en negatieve klem van de batterij geven we respectievelijk een plus- en een minteken.

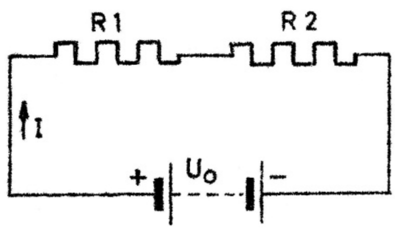


Fig. 3,10. De 2^e Wet van Kirchhoff.

We gaan nu in willekeurige richting, de stroomrichting, de stroomketen langs en noteren alle spanningen die we tegenkomen.
We maken hiervoor de afspraak, dat we alle spanningen positief noteren als we deze van plus naar min passeren, terwijl we alle spanningsverliezen (dus over de weerstanden) positief noteren indien we deze passeren in dezelfde richting als de positief aangenomen stroomrichting. Passeren we een spanning van min en plus, dan noteren we deze negatief; passeren we een spanningsverlies tegen de als positief aangenomen stroomrichting in, dan noteren we deze eveneens negatief. Met deze afspraken kunnen we de tweede wet van Kirchhoff toepassen.

De tweede wet van Kirchhoff luidt: De algebraïsche som van alle spanningen welke in een gesloten keten voorkomen, is gelijk nul. Dit is toegepast in het schema volgens fig. 3,10 geeft, indien we de keten linksom doorlopen:

$$U_0 - I.R_1 - I.R_2 = 0$$

Waaruit volgt: $U_0 = I(R_1 + R_2)$ of

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2}.$$

Voorbeeld: Bepaal met behulp van de wetten van Kirchhoff de stroom I_t in het schema volgens fig. 3,11.

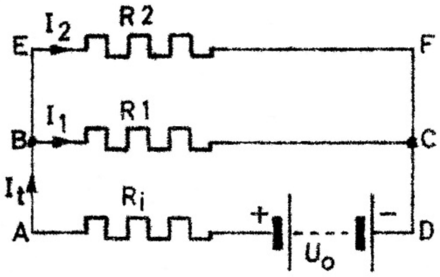


Fig. 3,11. Toepassing wetten
van Kirchhoff.

Oplossing:

De aangenomen positieve stroomrichting en de plus- en mintekens zijn in de figuur reeds aangegeven. Volgens de 1e wet van Kirchhoff geldt voor knooppunt B:

$I_t - I_1 - I_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$

Volgens de 2e wet van Kirchhoff noteren we voor de keten A B C D A:

$I_1R_1 - U_0 + I_t.R_i = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$

En voor de keten A E F D A:

$I_2R_2 - U_0 + I_tR_i = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$

voor (2) kunnen we schrijven:

$I_1R_1 = U_0 - I_tR_i.$

$$I_1 = \frac{U_o - I_tR_i}{R_1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Voor (3) schrijven we: $I_2R_2 = U_0 - I_tR_i$,
en gedeeld door R_2:

$$I_2 = \frac{U_o - I_tR_i}{R_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Vergelijking (1) kunnen we ook als volgt schrijven:

$$I_t = I_1 + I_2$$

Hierin (4) en (5) gesubstitueerd:

$$I_t = \frac{U_o - I_tR_i}{R_1} + \frac{U_o - I_tR_i}{R_2}.$$

Alle termen vermenigvuldigd met R_1R_2 geeft:

$$I_tR_1R_2 = U_0R_2 - I_tR_iR_2 + U_0R_1 - I_tR_iR_1.$$

De termen waarin I_t in voorkomt voor het = -teken verzameld, brengt:

$$I_tR_1R_2 + I_tR_iR_2 + I_tR_iR_1 = U_0R_2 + U_0R_1.$$

I_t buiten haakjes gebracht:

$$I_t(R_1R_2 + R_iR_2 + R_iR_1) = U_o(R_1 + R_2).$$

Hieruit volgt de waarde van I_t, indien we aan beide zijden van het = -teken delen door de vorm tussen haakjes welke voor het = -teken voorkomt.

$$\boldsymbol{I_t = \frac{U_0\,(R_1 + R_2)}{R_1R_2 + R_iR_2 + R_iR_1}}.$$

De voorgaande berekening van de stroom die door de batterij geleverd wordt, kan eenvoudiger plaatsvinden indien we eerst de totale weerstand van het circuit bepalen en daarna met de wet van Ohm de totale stroom berekenen.

Ter wille van de oefening hebben we dit ook eens gedaan met behulp van de wetten van Kirchhoff. Het volgende voorbeeld dat we met de wetten van Kirchhoff zullen behandelen, zou met de wet van Ohm minder gemakkelijk te bewerken zijn. Hier komt dan ook het voordeel, dat de wetten van Kirchhoff meebrengen, goed tot uiting.

Te maken opgaven Th.E. No. 64 t/m 78. (Oplossingen inleveren).

Voorbeeld: Bepaal de waarden van de stromen welke in fig. 3,12 voorkomen, als gegeven is:

$U_1 = 1\ volt$ $\quad R_1 = 4\ \Omega$
$U_2 = 2\ volt$ $\quad R_2 = 2\ \Omega$
$U_3 = 4\ volt$ $\quad R_3 = 6\ \Omega$

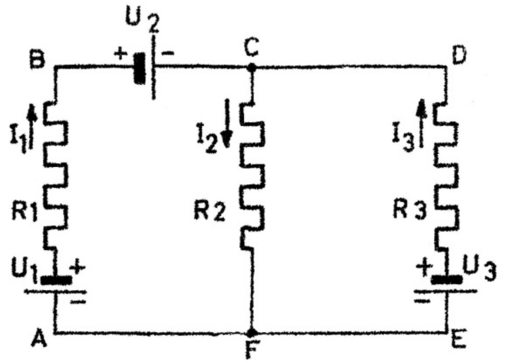


Fig. 3,12. Toepassing wetten van Kirchhoff.

Oplossing: De aangenomen positieve richtingen zijn reeds door pijltjes en plus- en mintekens aangegeven.

Voor knooppunt C geldt volgens de eerste wet van Kirchhoff:

$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \ldots\ldots\ldots (1).$

Volgens de 2e wet van Kirchhoff kunnen we voor het circuit A B C F A (ook wel maas genoemd) opschrijven:

$-U_1 + I_1R_1 + U_2 + I_2R_2 = 0.$

Hier de gegevens ingevuld:

$-1 + 4I_1 + 2 + 2I_2 = 0$ of:

$4I_1 + 2I_2 = -1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$

Voor de maas C D E F C:

$-I_3R_3 + U_3 - I_2R_2 = 0.$

Dit wordt met de gegevens:

$-6I_3 + 4 - 2I_2 = 0$ of:

$-6I_3 - 2I_2 = -4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$

Uit (1) volgt: $I_1 = I_2 - I_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1a).$

Dit in (2) voor I_1 gesubstitueerd:

$4(I_2 - I_3) + 2I_2 = -1.$

Haakjes weggewerkt:

$4I_2 - 4I_3 + 2I_2 = -1$ of $6I_2 - 4I_3 = -1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$

Indien we alle termen van (3) met 3 vermenigvuldigen dan wordt deze:

$-18I_3 - 6I_2 = -12.$ We tellen (4) hierbij op:
$\underline{-\ \ 4I_3 + 6I_2 = -1.}$
$-22I_3 = -13$

Dus: $I_3 = \mathbf{\frac{13}{22}}.\boldsymbol{A}$

Substitueren we deze waarde van I_3 in (4) dan is de waarde van I_2 te berekenen.

$$6I_2 - 4 \times \frac{13}{22} = -1$$

$$6I_2 - \frac{22}{11} = -1$$

$$6I_2 = -1 + \frac{26}{11} = \frac{15}{11}$$

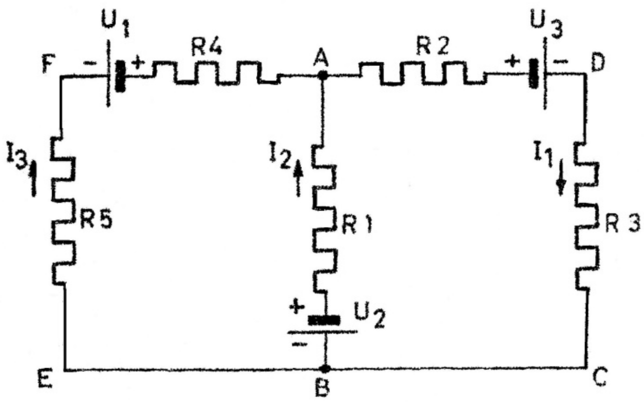
$$I_2 = \frac{15}{11} \times \frac{1}{6} = \mathbf{\frac{5}{22}}\ \boldsymbol{A}.$$

De verkregen waarden van I_2 en I_3 gesubstitueerd in (1a):

$$I_1 = \frac{5}{22} - \frac{13}{22} = -\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{22}}\ \boldsymbol{A}.$$

De gevonden antwoorden wijzen er op dat de stromen I_2 en I_3 inderdaad in de richting vloeien zoals we in de aanvang hebben verondersteld; de stroom I_1 vloeit echter in de richting tegengesteld aan die we hebben aangenomen.

<u>Voorbeeld</u>: Bepaal de stromen en hun richting in het schema volgens fig. 3,13.



$U_1 = 8\ V$
$U_2 = 6\ V$
$U_3 = 4\ V$

$R_1 = 6\ \Omega$
$R_2 = 8\ \Omega$
$R_3 = 5\ \Omega$
$R_4 = 2\ \Omega$
$R_5 = 14\ \Omega$

Fig. 3,13. Toepassing wetten van Kirchhoff.

<u>Oplossing</u>: De aangenomen positieve richtingen zijn reeds in de figuur aangegeven.
Voor knooppunt A geldt:

$$I_3 + I_2 - I_3 = 0 \ldots\ldots (1).$$

Voor maas A D C B A geldt:

$$I_1R_2 + U_3 + I_1R_3 - U_2 + I_2R_1 = 0.$$

en met de gegevens:

$$8I_1 + 4 + 5I_1 - 6 + 6I_2 = 0.$$

$$13I_1 + 6I_2 = 2 \ldots\ldots (2).$$

Uit maas A D C B E F A volgt:

$$I_1R_2 + U_3 + I_1R_3 + I_3R_5 - U_1 + I_3R_4 = 0.$$

en met de getallen:

$$8I_1 + 4 + 5I_1 + 14I_3 - 8 + 2I_3 = 0.$$

$$13I_1 + 16I_3 = 4 \ldots\ldots (3).$$

Volgens(1) is: $I_2 = I_1 - I_3 \ldots\ldots (1a).$

Dit in (2) gesubstitueerd:

$$13I_1 + 6I_1 - 6I_3 = 2.$$

$$10I_1 - 6I_3 = 2 \ldots\ldots (4).$$

We gaan nu de coëfficiënten van I_3 in de vergelijkingen (3) en (4) aan elkaar gelijk maken. Dit kunnen we bereiken door (3) met 3 te vermenigvuldigen en (4) met 8.
Dit geeft:

$$39I_1 + 48I_3 = 12 \ldots\ldots (3a).$$
$$\underline{125I_1 - 48I_3 = 16} \ldots\ldots (4a).$$
$$191I_1 = 28$$

Waaruit volgt: $I_1 = \frac{28}{191}\ A.$ Dit in (4) gesubstitueerd: $19 \times \frac{28}{191} - 6I_3 = 2.$

of: $\frac{532}{191} - 6I_3 = 2$

dus: $6I_3 = -2 + \frac{532}{191} = -\frac{385}{191} + \frac{532}{191} = \frac{150}{191}$

$$I_3 = \frac{150}{191} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{191}\ A.$$

De waarden van I_1 en I_3 ingevuld in (1a):

$$I_2 = \frac{28}{191} - \frac{25}{191} = \frac{3}{191}\ A.$$

Uit de antwoorden blijkt dat de stromen alle in de aangenomen richting vloeien, want de antwoorden zijn alle positief.

3,4. Mechanisch warmte-equivalent.

We hebben in het voorgaande kennis gemaakt met de berekening van de elektrische energie of arbeid die in een weerstand in warmte wordt omgezet.

In een weerstand gaat de energie over van energie in elektrische vorm in energie in de vorm van warmte. Denk hierbij bv. aan een gloeilamp en de elektrische kachel.

De elektrische energie die in een weerstand in warmte wordt omgezet is evenredig met de spanning, stroom en tijd, dus:

$W = I \times U \times t$ joules.

De energie in de vorm van warmte wordt gemeten in kilogram-calorieën.
Een kilogram-calorie is die hoeveelheid warmte welke nodig is om 1 dm^3 zuiver water van 14½- op 15½ °C te brengen. Bij een stoommachine wordt de energie in de vorm van warmte omgezet in mechanische energie. Hierbij wordt de warmte in de stoomketel medegedeeld aan de stoom en deze stoom is de oorzaak van de beweging van de zuiger in de stoomcilinder, het is dus nodig te kunnen berekenen hoeveel mechanische energie door een bepaalde hoeveelheid warmte wordt ontwikkeld.

De eenheid van warmte, 1 kcal is gelijkwaardig of equivalent met 4270 newtonmeter.*

Dit wordt het mechanisch warmte-equivalent genoemd.

1 kcal = 4270 Nm.

* De **calorie** (van Lat. *calor*, warmte) is een afgeschafte eenheid voor energie (*E*) of warmte. Tegenwoordig wordt energie in het SI-stelsel in joule uitgedrukt. 1 calorie = 4,1868 joule. (bron: Wikipedia)

R.T.

36 Th.E. 3 Nadruk verboden

In elektromotoren wordt elektrische energie omgezet in mechanische energie, terwijl in dynamo's de mechanische energie wordt omgezet in elektrische energie.
Deze soorten energie zijn met elkaar te vergelijken doordat:

1 joule = 1 newtonmeter.

Hieruit volgt:

1 kcal – 4270 Nm = 4270 joule
1 joule = 1 Nm = $^1/_{4270}$ kcal.

De eenheden van vermogen kunnen als volgt uit elkaar berekend worden :

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ joule/sec} = 1 \text{ Nm/sec.}$$

$$1\text{kcal/sec} = 4270 \text{ Nm/sec} = 4270 \text{ joule/sec.}$$

$$1\text{joule/sec} = 1 \text{ Nm/sec} = \frac{1}{4270} \text{ kcal/sec} = \frac{1}{4{,}27} \text{ cal/sec.}$$

Voorbeeld : Een weerstand van 2000 Ω wordt aangesloten op een spanning van 500 V.
Bereken:

1. Het elektrisch vermogen dat in de weerstand in warmte wordt omgezet.
2. De warmte welke in een half uur wordt ontwikkeld.
3. De energie elke in 50 minuten wordt ontwikkeld, uitgedrukt in mechanische eenheden.
4. Het aantal kWh dat in 12 uur wordt ontwikkeld.

Oplossing:

1. het elektrisch vermogen is $\frac{U^2}{R} = \frac{500^2}{2000} = \mathbf{125\ \boldsymbol{watt} = 0{,}125\ \boldsymbol{kW}.}$

2. Per seconde wordt een warmte verkregen:

   $\frac{125}{4{,}27}\ cal/sec.$

   In een half uur, dus 1800 sec. wordt een warmte verkregen:

   $1800 \times \frac{125}{4{,}27} = 52700\ cal = \mathbf{52{,}6\ \boldsymbol{kcal}.}$

3. Per seconde wordt ontwikkeld 125 $W = 125\ Nm/sec.$
   In 50 minuten of 3000 seconden dus een energie van $125 \times 3000 = \mathbf{375000\ \boldsymbol{Nm}.}$

4. Het elektrisch vermogen is 0,125 kW.
   In 12 uur dus $12 \times 0{,}125 = \mathbf{1{,}5\ \boldsymbol{kWh}.}$

Te maken opgaven Th.E. No 69 t/m 73.
Oplossingen inleveren.

Hoofdstuk 4

4,1. Capaciteit.

Het vermogen een hoeveelheid elektriciteit te bevatten bij een bepaald potentiaalverschil, noemt met de capaciteit van een geleider.

Indien een positief geladen lichaam, door middel van een geleider wordt verbonden met een neutraal lichaam, dan zal de invloed van de positieve lading ten gevolge hebben dat de positieve lading zich over beide lichamen gelijkelijk zal verdelen.

Plaatsen we een positief geladen lichaam tegenover een neutraal lichaam, zonder geleidende verbinding daartussen, dan zien we het volgende plaatsvinden. Doordat ongelijknamige ladingen elkaar aantrekken, zullen ten gevolge van de positieve lading de elektronen van het neutrale lichaam zich verzamelen aan die zijde van het lichaam dat naar de positieve lading is toegekeerd.
De positieve lading van het positief geladen lichaam zal zich eveneens aan die zijde verzamelen die naar het neutrale lichaam is toegekeerd. Door gebruik te maken van een stelsel geleiders is men er in geslaagd een grote elektrische lading op een klein oppervlak te verzamelen.

Op deze wijze ontstond een condensator of wel verdichter. In zijn eenvoudigste vorm bestaat een condensator uit twee vlakke geleiders die gescheiden zijn door een niet-geleider.
Verbinden we de beide condensatorplaten met de klemmen van een accumulator, dan zal de spanning van de accumulator een ladingsverplaatsing, of wel een elektrische stroom, ten gevolge hebben.
Deze stroom zal tot gevolg hebben dat de ene condensatorplaat positief- en de andere plaat negatief opgeladen wordt. (zie fig. 4,1). Zijn deze ladingen zo groot geworden dat de spanning tussen beide condensator platen gelijk is geworden aan de emk van de accumulator, dan houdt de stroom op te vloeien. We zeggen dan dat de condensator geladen is. Daar het verplaatsen van de lading in zeer korte tijd plaatsvindt, zal ook slechts gedurende zeer korte tijd waarneembaar zijn. De elektrische ladingen die zich op de platen bevinden, oefenen een aantrekkende werking op elkaar uit ten gevolge waarvan de ladingen zich aan de naar elkaar toe gerichte zijden van de platen bevinden.

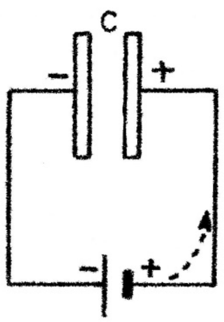


Fig. 4,1. Opladen condensatoren

De condensator heeft bij de spanning die er op werkzaam is een bepaalde lading.
De grootte van deze lading wordt bepaald door de capaciteit van de condensator. De lading kunnen we berekenen uit:

$$Q = C \times U$$

Waarin Q de lading in coulombs, U de spanning in volts en C de capaciteit in farad is.

Een condensator bezit de eenheid van capaciteit, de farad, indien een ladingsverandering van 1 coulomb een spanningsverandering van 1volt ten gevolge heeft.

Daar de eenheid 1 farad (1 F) een zeer grote maat is, zullen we in de praktijk de capaciteit uitdrukken in μ F (microfarad) en µ µ F micro-microfarad of picofarad (pF).

$1\,F = 10^6\,\mu F = 10^{12}\,pF$ of

$1\,pF = 10^{-12}\,F\; of\; 1\,\mu F = 10^{-6}\,F, \qquad 1\,pF = 10^{-6}\,\mu F.$

Wordt een condensator van 50 µ F opgeladen tot een spanning van 100 V, dan bevat deze condensator een lading $Q = 50.10^{-6} \times 100 = 5.10^{-3}$ coulomb. Bovenstaande formule zal duidelijker worden als men bedenkt dat naarmate bij een bepaalde spanning, de lading die de condensator bezit groter is, de capaciteit ook groter moet zijn en naarmate een lading naar een condensator gebracht, daar een grotere spanning op teweeg brengt de capaciteit kleiner moet zijn.
Bovengenoemde formule is ook als volgt te schrijven:

$$U = \frac{Q}{C} \quad \text{en} \quad C = \frac{Q}{U}.$$

De drie vormen van de formule in woorden:

De lading is gelijk aan het product van capaciteit en spanning.
De spanning is gelijk aan de lading gedeeld door de spanning.
De capaciteit is gelijk aan de lading gedeeld door de spanning.

4,2. Schakeling van condensatoren

a. Parallelschakeling van condensatoren.

In fig. 4,2 is een parallelschakeling van drie condensatoren op een spanningsbron aangesloten. Uit de schakeling blijkt dat de drie condensatoren elk dezelfde spanning krijgen en wel die van de batterij. Uit het feit dat elk der drie condensatoren een lading zal opnemen, welke drie ladingen gezamenlijk groter zullen zijn dan de lading op een der geschakelde condensatoren, kunnen we concluderen dat de capaciteit gevormd door de drie condensatoren groter moet zijn dan de capaciteit van een van de condensatoren.

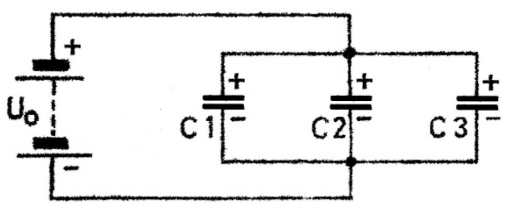


Fig. 4,4. Parallelschakeling van condensatoren.

De lading van elk der condensatoren is bepaald door:

$Q_1 = C_1 \times U_0, \qquad Q_2 = C_2 \times U_0,$

$Q_3 = C_3 \times U_0.$

De totaal opgenomen lading is”

$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1 \times U_0 + C_2 \times U_0 + C_3 \times U_o\; of\; Q_t = (C_1 + C_2 + C_3)U_0.$

Noemen we de capaciteit van de vervangingscondensator, de condensator die met hetzelfde resultaat in de plaats van de drie condensatoren gedacht kan worden C_t, dan geldt hiervoor $Q_t = C_t \times U_0$.
Dit levert met het voorgaande op:

$$C_t \times U_0 = (C_1 + C_2 + C_3)U_0.$$

Beide zijden van het = -teken gedeeld door U_0 geeft de waarde van de vervangingscapaciteit:

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3.$$

De totale vervangingscapaciteit van enige parallel geschakelde condensatoren is dus bepaald door de som van de capaciteiten van de geschakelde condensatoren.

Te maken opgaven Th.E. No. 74 t/m 78. (Oplossingen inleveren).

Voorbeeld:

Drie condensatoren C_1, C_2 en C_3 respectievelijk 2, 3 en 9 µF worden parallel aangesloten op een spanning van 200 V. Bereken de waarde van de vervangingscapaciteit en de lading op elk der condensatoren.

Oplossing:

$C_t = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 3 + 9 = \mathbf{14\ \mu F}.$

$Q_1 = C_1 \times U_0 = 2.10^{-6} \times 200 = 400 \times 10^{-6}$ coulomb $= \mathbf{400\ \mu C}.$

$Q_2 = C_2 \times U_0 = 3.10^{-6} \times 200 = 600 \times 10^{-6}$ coulomb $= \mathbf{600\ \mu C}.$

$Q_3 = C_3 \times U_0 = 9.10^{-6} \times 200 = 1800 \times 10^{-6}$ coulomb $= \mathbf{1800\ \mu C}.$

b. Serieschakeling van condensatoren

In fig. 4,3 is een serieschakeling van drie condensatoren op een spanningsbron aangesloten. De spanning U_0 zal een ladingsverplaatsing ten gevolge hebben van de rechterplaat van de condensator C_3 naar de linkerplaat van de condensator C_1. De positieve lading op de linkerplaat van C_1 zal een even grote negatieve lading op de rechterplaat van C_1 ten gevolge hebben. Hierdoor ontstaat op de linkerplaat van C_2 een tekort aan elektronen; deze plaat wordt even sterk positief geladen als de linkerplaat van C_1. De linkerplaat van C_2 veroorzaakt weer een even grote negatieve lading op de rechterplaat van C_2 en daardoor dus op de linkerplaat van C_3 een positieve lading welke weer even groot is als de positieve lading op de linkerplaat van C_1 en C_2.

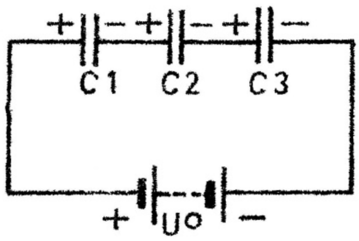


Fig. 4,3. Serieschakeling van condensatoren.

Op deze wijze is in te zien dat de batterij een even grote lading op elk der condensatoren veroorzaakt.

Daar we van een willekeurig geval uitgaan en de drie condensatoren verschillende capaciteiten hebben, zullen de gelijke ladingen verschillende spanningen ten gevolge hebben, nl. op de kleinste condensator de grootste spanning veroorzaken.

De spanning van de batterij zal zich nu over de drie condensatoren verdelen, waaruit volgt:

$U_0 = U_1 + U_2 + U_3.$

Voor elk der condensatoren geldt:

$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \qquad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \qquad U_3 = \frac{Q}{C_3}$

Indien we de lading die de batterij verplaatst en dus ook de lading die elke condensator krijgt Q genoemd wordt.

Voor U_0 mogen we nu ook schrijven:

$U_0 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}.$

Noemen we de vervangingscapaciteit C_t dan geldt hiervoor $U_0 = \frac{Q}{C_t}$.

Dit in bovenstaande formule:

$$\frac{Q}{C_t} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}.$$

Alle termen gedeeld door Q geeft:

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

of in woorden:

De omgekeerde waarde van de vervangingscapaciteit van enige in serie geschakelde condensatoren is gelijk aan de som van de omgekeerde waarden van de capaciteiten van de geschakelde condensatoren.

Voorbeeld:

Drie condensatoren met capaciteiten $C_1 = 4\,\mu F$, $C_2 = 6\,\pi F$ en $C_3 = 10\,\mu F$, worden in serie aangesloten op een spanning van 310 volt.
Bereken de vervangingscapaciteit en bepaal de spanning op elk der condensatoren.

Oplossing:

De vervangingscapaciteit is te berekenen uit:

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{!}{10} = \frac{15}{60} + \frac{10}{60} + \frac{6}{60} = \frac{31}{60}.$$

$$C_t = \frac{60}{31}\,\mu F = 1\frac{29}{31}\,\pi F.$$

De lading welke door de batterij verplaatst wordt en dus ook de lading op elke condensator is:

$$Q = C_t \times V = \frac{60}{31} \times 10^{-6} \times 310 = 600\,\mu C = 600 \times 10^{-6}\,C.$$

De spanning op elk der condensatoren is nu:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{600 \times 10^{-6}}{4.10^{-6}} = 150\,V.$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{600 \times 10^{-6}}{6.10^{6}} = 100\,V.$$

$$U_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{600 \times 10^{-6}}{10.10^{-6}} = 60\,V.$$

Uit het bovenstaande constateren we dat de vervangingscapaciteit van enige in seriegeschakelde condensatoren kleiner is dan de capaciteit van een der geschakelde condensatoren.
Indien twee condensatoren in serie zijn geschakeld, geldt voor de vervangingscapaciteit:

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Te maken opgaven Th.E. No. 79 t/m 82. (Oplossingen inleveren).

Het tweede lid onder een noemer gebracht geeft $\frac{1}{C_t} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 \cdot C_2}$.

Beide leden omgekeerd, geeft ons een waarde van de vervangingscapaciteit:

$$C_t = \frac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2}$$

of in woorden:

De vervangingscapaciteit van twee in serie geschakelde condensatoren is bepaald door het product gedeeld door de som der capaciteiten van de geschakelde condensatoren.

Het is vanzelfsprekend dat condensatoren ook voorkomen in meer samengestelde schakelingen, de zogenaamde gemengde schakelingen.

Evenals we bij weerstandschakelingen hebben gedaan, zullen we ook hier de schakeling meer en meer gaan vereenvoudigen, zodat we steeds een eenvoudiger vervangingsschema kunnen tekenen.

Voorbeeld:

Bepaal de vervangingscapaciteit en de spanning en lading op elk der geschakelde condensatoren van de schakeling volgens fig. 4,4a.

$U_0 = 120\ V$ $\quad C_4 = 6\ \mu F$

$C_1 = 12\ \mu F$ $\quad C_5 = 4\ \mu F$

$C_2 = 24\ \mu F$ $\quad C_6 = 8\ \mu F$

$C_3 = 12\ \mu F$

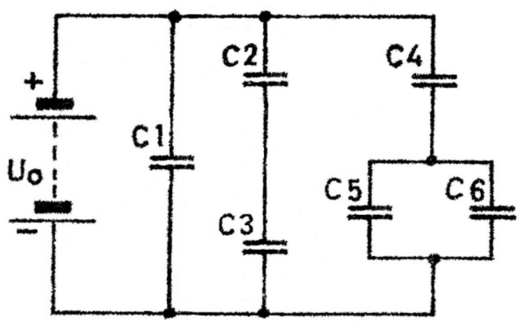


Fig. 4,4a. Gemengde schakeling van condensatoren.

Oplossing:

Allereerst kunnen we de condensatoren C_5 en C_6 vervangen door één condensator. $C_{v1} = C_5 + C_6 = 4 + 8 = 12\ \mu F$.

De in serie geschakelde condensatoren C_4 en C_{v1} hebben als vervangingscapaciteit $C_{v2} = \frac{C_4\,.\,C_{v1}}{C_4 + C_{v1}} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\ \mu F$.

De serieschakeling van $C_2 en\ C_3$ kunnen we vervangen door:

$C_{v3} = \frac{C_2\,.\,C_3}{C_2 + C_3} = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = 8\ \mu F$.

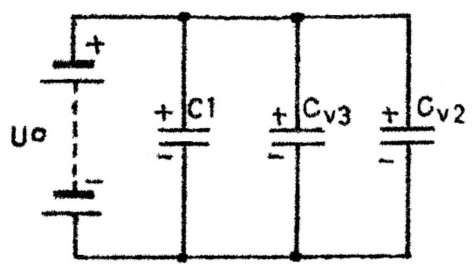


Fig.4,4b. Vervanging van fig. 4,4a.

Het schema kunnen we nu vereenvoudigen tot fig. 4,4b. De totale vervangingscapaciteit is nu:

$C_t = C_1 + C_{v3} + C_{v2} = 12 + 8 + 4 = \mathbf{24\ \mu F.}$

De lading die de vervangingscapaciteit ten gevolge van U_0 opneemt is:

$Q_1 = C_1 \times U_0 = 12.10^{-6} \times 120 =$

$= \mathbf{1440.10^{-6}\ C.}$

daar over deze condensator U_0 werkzaam is.

De lading die C_{v3} opneemt is: $Q_{v3} = C_{v3} \times U_0 = 8.10^{-6} \times 120 = \mathbf{960.10^{-6}\ C}$ en $Q_{v2} = C_{v2} \times U_0 = 4.10^{-6} \times 120 = \mathbf{480.10^{-6}\ C.}$ Op de condensator C_2 en C_3 is dus ook een lading van **960.10⁻⁶** aanwezig.

De spanning op C_2 is dus $U_{C2} = \frac{Q_{v3}}{C2} = \frac{960.10^{-6}}{24.10^{-6}} = \mathbf{40\ V}$. De spanning op C_3 is nu:
$U_{C3} = \frac{Q_{v3}}{C_3} = \frac{960.10^{-6}}{12.10^{-6}} = \mathbf{80\ V}$. Op de condensator C_4 en de vervangingscondensator C_{v1} bevindt zich dezelfde lading als op C_{v1} dus $480.10^{-6}\ C$.
De spanning op C_4 is: $U_{C4} = \frac{Q_{v2}}{C_4} = \frac{480.10^{-6}}{6.10^{-6}} = \mathbf{80\ V}$ en op C_{v1} de spanning:
$U_{C1} = \frac{Q_{v2}}{C_{v1}} = \frac{480.10^{-6}}{12.10^{-6}} = \mathbf{40\ V}$. De spanning U_{C1} is ook aanwezig op de condensatoren C_5 en C_6.
De lading op deze condensatoren is nu:
$Q_{C5} = U_{C1} \times C_5 = 40 \times 4.10^{-6} = \mathbf{160.10^{-6}\ C}$ en $Q_{C6} = U_{C1} \times C_6 = 40 \times 8.10^{-6} = \mathbf{320.10^{-6}\ C.}$

Voorbeeld:

Een verstelbare condensator van 20 µF wordt aangesloten op een batterij, die een verwaarloosbare inwendige weerstand bezit, van 200 V. Terwijl deze condensator op de spanningsbron is aangesloten, verandert men de capaciteit tot 4 µF. Bereken in beide gevallen de lading op de condensator en beredeneer de antwoorden.

Oplossing:

Ten gevolge van de werkzame spanning U_0 verkrijgt de condensator bij de capaciteits-waarde van 20 µF de lading (fig. 4,5) $Q_{20} = C_{20} \times U_0 = 20.10^{-6} \times 200 = \mathbf{4000\ \mu C.}$

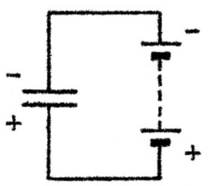


Fig. 4,5. Voorbeeld.

Veronderstellen we dat geen lading naar buiten afgevoerd wordt tijdens de verandering van de capaciteit, dan zal ten gevolge van de verkleining van de capaciteit de spanning toenemen, dus gaan overheersen op de batterijspanning U_0.
Dientengevolge zal de condensator zich tegen de heersende batterijspanning in gaan ontladen. Dit ontladen vindt zo lang plaats totdat de spanning bij de nieuwe waarde van de capaciteit is afgenomen tot de waarde gelijk is aan U_0, dus 200 V.
Daarna is er weer evenwicht in de keten en vindt geen verdere ontlading plaats. Bij de capaciteitswaarde 4µF is dus de lading g op de condensator geworden:
$Q_4 = C_4 \times U_0 = 4.10^{-6} \times 200 = \mathbf{800\ \mu C}$.

4,3. Diëlectricum, diëlectrische verplaatsing.

Indien een condensator op een spanningsbron wordt aangesloten, dan heeft deze spanning een verplaatsing van elektriciteit ten gevolge van de ene- naar de andere plaat van de condensator.
In fig. 4,6 is dus de negatieve elektrische lading van de linkerplaat door de batterij naar de rechterplaat gebracht. We kunnen ook zeggen dat de positief elektrische lading is verplaatst van de rechter- naar de linkerplaat. De platen zijn tegengesteld elektrisch geladen. Daar deze ladingen elkaar aantrekken, zullen zij als het ware in de isolerende stof, die zich tussen de beide platen bevindt, diëlectricum genaamd, dringen. Doordat het diëlectricum uit isolerend materiaal bestaat, zullen de ladingen slechts weinig kunnen binnendringen. Er treedt in het diëlectricum een verschuiving van de elektriciteit op en in fig. 4,6 wordt de positieve elektriciteit naar rechts en de negatieve elektriciteit naar links verschoven. Dit verschijnsel wordt diëlectrische verplaatsing of diëlectrische verschuiving genoemd.

Te maken opgaven Th.E. No. 83 t/m 87.
(Oplossingen inleveren).

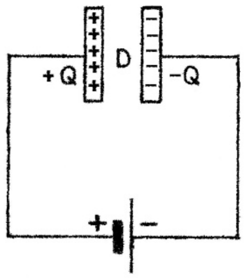


Fig. 4,6. Diëlectrische verschuiving bij een condensator.

De hoeveelheid elektriciteit die op deze wijze wordt verplaatst, wordt elektrische flux genoemd en aangegeven met de letter Φ (phi). Deze elektrische flux is gelijk aan de lading Q van de condensator, dus $\Phi = Q$. De flux per eenheid van oppervlak noemen we de diëlectrische verplaatsing D, dus:

$D = \frac{\Phi}{O}$ als O het oppervlak is van een van de platen. We bedenken hierbij dat de lading Q zich op het oppervlak der platen bevindt, doch Φ en D in de ruimte tussen de platen, dus in het diëlectricum.

4,4. De elektrische veldsterkte.

Er bestaat grote overeenkomst tussen de elektrische flux bij een condensator en de elektrische stroom door een weerstand. Beide vereisen een elektrische spanning U_0. Beide zijn evenredig met deze spanning, evenredig met het oppervlak O loodrecht op de richting van de stroom of flux en omgekeerd evenredig met de afstand l der punten, waartussen de spanning U_o bestaat, in de richting van stroom of flux. In beide gevallen kunnen we de grootheid uitdrukken per m lengte en per m^2 oppervlak. Bij de condensator, waar de elektrische flux Φ tussen de platen een oppervlak O passeert, hebben we een flux per eenheid van oppervlak dus Φ/O, de diëlectrische verplaatsing genoemd.

De spanning tussen de condensatorplaten is U_0; de afstand der platen noemen we l. Per eenheid van afstand is de spanning U_0/l. Per eenheid van afstand is de spanning U_o/l. Evenals bij een geleider, waar stroom door vloeit, noemen we U_o/l de elektrische veldsterkte E, dus $E = U_o/l$ en $U_0 = l.E$. De elektrische flux Φ en dus ook de diëlectrische verplaatsing D hebben de richting van de positieve naar de negatieve plaat. Deze richting nemen we aan als de positieve.

Evenals we bij een geleider de specifieke geleiding γ* hebben gedefinieerd als de geleiding van een kubus van 1 m^3, definiëren we een specifieke capaciteit als de capaciteit van een condensator, waarvan het oppervlak der platen 1 m^2 is, terwijl de platen 1 m van elkaar zijn verwijderd, dus kort gezegd: een condensator van 1 m^3. Als diëlectricum is dan vacuüm verondersteld. Indien lucht als diëlectricum wordt gebezigd in plaats van vacuüm, maakt dit praktisch weinig verschil, daar de gedragingen van beide diëlectrica in dit opzicht niet veel verschillen.

Deze specifieke capaciteit duiden we aan met ε_0 (epsilon), ook wel influentie-constante genoemd. Deze constante is $\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ farad per meter (F/m).
De condensator waarvan de afstand der platen l is en het oppervlak van een plaat O, heeft een capaciteit:

$C = \varepsilon_0 \frac{O}{l}$ farad. In het voorgaande hebben we gezien dat $Q = C.U_0$ coulomb.

Nu vinden we $Q = \ \Phi = O.D.$ coulomb.

$$O.D = C.U_0 \text{ coulomb.}$$

Met $C = \varepsilon_0 \frac{O}{l}$ wordt dit:

$$O.D = C = \varepsilon_0 \frac{O}{l} \text{ coulomb.}$$

*(zie: Materialen en Onderdelen)

De spanning is uitgedrukt in de veldsterkte

$$U_0 = l \times E$$

dus $$O.D = \varepsilon_0 \frac{O}{l}.l.E \text{ of}$$

$$D = \varepsilon_0 E\ coulomb/m^2.$$

We hebben hier steeds verondersteld dat de condensator bestaat uit twee evenwijdige vlakke platen. In de praktijk hebben de platen dikwijls een andere vorm.
In alle gevallen blijft echter de formule $Q = C \times U$ geldig. We moeten hierbij wel bedenken, dat deze uitdrukking gebaseerd is op vacuüm als diëlectricum. Indien een ander diëlectricum wordt gebruikt moet de relatieve diëlectrische constante in rekening worden gebracht. Uit het volgende is duidelijk op te maken dat het verband tussen diëlectrische verplaatsing *D* en elektrische veldsterkte *E* dan wordt:

$$D = \varepsilon_r.\varepsilon_0.E\ coulomb/m^2$$

4,5. De diëlectrische constante.

In het voorgaande hebben we gezien, dat de ladingsverschuiving die van de ene plaat van de condensator via de spanningsbron naar de andere plaat tot stand komt, zich voordoet in het diëlectricum. De soort diëlectricum die is toegepast zal dus ook invloed hebben op de lading die bij een bepaalde spanning verplaatst zal worden. De aard van het diëlectricum zal dus ook invloed hebben op de capaciteit van de condensator. Gebruiken we in plaats van vacuüm een vaste stof als diëlectricum dan zal de capaciteit van de condensator groter worden. we voeren nu in de relatieve diëlectrische constante, een getal dat aangeeft, hoeveel maal de capaciteit van een condensator groter bij gebruik van een bepaald diëlectrisch materiaal, vergeleken bij vacuüm als diëlectricum.

De diëlectrische constante geven we aan met ε_r. Voor vacuüm is deze constante 1; voor vele stoffen ligt deze tussen 1 en 10. Voor enkele stoffen kan hij groter zijn bv. voor gedestilleerd water $\varepsilon_r = 80$.
Voor vacuüm was de capaciteit te berekenen uit $C = \varepsilon_0 \frac{O}{l}\ F$.
Voor andere diëlectrica is de capaciteit dus te berekenen uit $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{O}{l}\ F$.

4,6. Het elektrisch veld van een condensator.

Daar tussen de geladen platen van een condensator een kracht werkzaam is, kunnen we in deze ruimte weer spreken van een elektrisch veld. We kunnen dit veld weer voorstellen door middel van krachtlijnen; de lijnen die in elk punt van het veld de richting van de kracht aangeeft, die uitgeoefend wordt op een positief geladen lichaam.

Tussen de platen zullen de krachtlijnen alle evenwijdig lopen daar de kracht in alle punten dezelfde richting en grootte heeft. Een veld waarvan in alle punten de richting en grootte van de kracht gelijk zijn, noemt men een homogeen veld. Aan de randen van de platen treedt een spreiding of sproeiing van de krachtlijnen op, dus daar is het veld niet homogeen of inhomogeen, de richting van de krachtlijnen (zie pijlen in fig. 4,7) is van de positieve plaat naar de negatieve plaat.

Te maken opgaven Th.E. No. 88 t/m 92.
(Oplossingen inleveren).

4,7. De elektrische energie in een condensator.

Wordt een condensator met een capaciteit van C farad op een batterij met een spanning U aangesloten, dan zal na zeer korte tijd de condensator geladen zijn. Zodra de condensator enige lading heeft, ontstaat een spanning op de condensator, die tegengesteld gericht is aan de batterijspanning U_0.
Het verschil van deze spanningen zal de condensator verder opladen.
Tijdens het laden van de condensator wordt de spanning U_0 dus meer en meer tegengewerkt door de stijgende spanning tussen de condensatorplaten.
Is de condensator geheel tot de spanning U_0 geladen, dan heft de spanning tussen de platen de batterijspanning op en kan er dus geen laadstroom meer vloeien. De spanning waarmee de condensator wordt geladen neemt dus af van U_0 tot nul.
Gemiddeld is dus tijdens het laden een spanning werkzaam geweest van ½ U_0 (zie fig. 4,8).
In deze figuur hebben we langs de verticale as de spanning uitgezet die in de keten werkzaam is.
Op de horizontale as is de tijd uitgezet die nodig is om de condensator te laden. Op tijdstip 0, het begin van de lading, is de werkzame spanning U_0 en op het tijdstip t_1 is de werkzame spanning nul en is de condensator geladen. Over dezelfde tijd mogen we werkzaam denken de gemiddelde spanning ½ U_0.
Gedurende deze tijd is een lading Q in de keten verplaatst en de condensator dus met een lading Q geladen. De arbeid die hiermee aan de condensator geleverd is, is gelijk aan ½ $U_0.Q$ joule. Daar $Q = C.U_0$, kunnen we hiervoor schrijven:

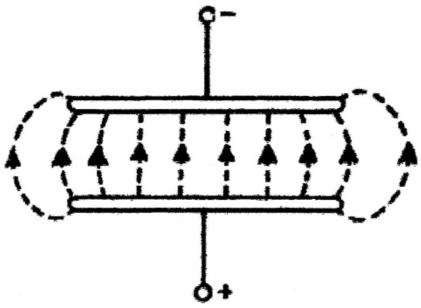


Fig. 4,7. Elektrisch veld van een condensator.

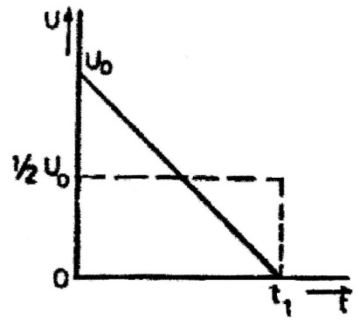


Fig. 4,8. Energie in een condensator.

$$\frac{1}{2}U_0.Q = \frac{1}{2}C.{U_0}^2\ joule = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}\ joule.$$

Voorbeeld:

Een condensator wordt gevormd door twee evenwijdige platen, elk met een oppervlakte van 200 cm^2.
De afstand van de platen is $2mm$. De gebezigde diëlectrische constante is 9.
Deze condensator wordt opgeladen tot een spanning van 500 V.

Bereken:
1. De capaciteit van de condensator.
2. De lading op de condensator.
3. De diëlectrische verplaatsing.
4. De elektrische veldsterkte.
5. de energie die de condensator bezit.

Oplossing:

De capaciteit van de condensator is te berekenen uit $C = \varepsilon_r \times \varepsilon_0 \times \frac{O}{l}\ farad$,

Dus $C = 9 \times 8{,}854.10^{-12} \times \frac{200.10^{-4}}{2.10^{-3}}\ farad$. (het oppervlak in m^2 en de afstand in m).

$C = 9 \times 8{,}854.10^{-12} \times 10 = \mathbf{796{,}86\ pF}$

afgerond 800 pF.

De lading is te berekenen uit: $Q = C \times U_0$.

$Q = 800.10^{-12} \times 500 = \mathbf{4.10^{-7}\ coulomb}$.

De diëlectrische verplaatsing berekenen we uit:

$$D = \frac{Q}{O} = \frac{4.10^{-7}}{200.10^{-4}} = \mathbf{2.10^{-5}\ coulomb/m^2}.$$

De elektrische veldsterkte is bepaald door:

$$E = \frac{U_0}{l} = \frac{500}{2.10^{-3}} = \mathbf{25.10^4\ V/m}.$$

De energie die de condensator bezit: $\frac{1}{2}Q.U_0 = \frac{1}{2} \times 4.10^{-7} \times 500 = \mathbf{10^{-4}\ joule}$.

4,8. Capaciteit van een condensator met verschillende diëlectrische materialen*.

Veronderstellen we dat de ruimte tussen de platen van een condensator gevuld is met twee verschillende stoffen. De ene stof met een dikte l_1 en een relatieve diëlectrische constante ε_{r1} en de andere stof met een dikte l_2 en constante ε_{r2} (zie fig. 4,9).

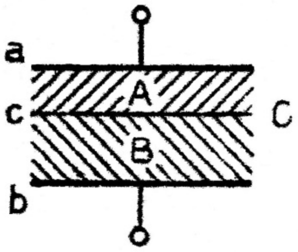


Fig. 4,9. Condensator met verschillende diëlectrische materialen.

De condensator zal indien er een spanningsbron op aangesloten is een lading bezitten $Q = C \times U_0$ als C de capaciteit is die de condensator bezit.
Deze lading heeft een diëlectrische verschuiving die in beide diëlectrische stoffen gelijk zal zijn.
In het voorgaande hebben we gezien dat $Q = D \times O\ E$ en $D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E$.
Dit geeft dus voor de beide stoffen:
$Q = \varepsilon_{r1}\varepsilon_0 E_1 O$ en $Q = \varepsilon_{r2}\varepsilon_0 E_2 O$.

We moeten hierbij onderscheid maken tussen de veldsterkte E_1 en E_2 in de beide diëlectrische materialen, daar de diëlectrische verschuiving gelijk is en dat dus ten gevolge van de verschillende relatieve diëlectrische constanten de veldsterkten ook verschillend moet zijn.
Daar beide uitdrukkingen voor Q gelijk moeten zijn, volgt hieruit:

$\varepsilon_{r1}\varepsilon_0 E_1 O = \varepsilon_{r2}\varepsilon_0 E_2 O$ of $\varepsilon_{r1}E_1 = \varepsilon_{r2}E_2$.

In 4,4 hebben we gezien dat $U_0 = E \times l$ en daar de spanning U_0 zich verdeelt over de beide diëlectrische materialen kunnen we dus schrijven:

$$U_0 = E_1 \times l_1 + E_2 \times l_2$$

en $$E_2 = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}E_1.$$

Dit in de uitdrukking voor U_0 geeft: $U_0 = E_1 \times l_1 + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}E_1 l_2$.

$$U_0 = E_1(l_1 + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}l_2).$$

Te maken opgaven Th.E. No 93 t/m 96.
(Oplossingen inleveren).

*Toen de stand der techniek nog niet zo ver was dat een condensator makkelijk en betrouwbaar met alleen polypropyleenfolie kon worden gefabriceerd, rolden fabrikanten als ERO en Philips wel condensatoren van papier afgewisseld met lagen polypropyleenfolie. Deze werden tot zeker in de jaren '70 gebruikt, onder andere als impulscondensatoren voor hoge spanningen in bijvoorbeeld televisies en als net-ontstoorcondensatoren. (bron: Maarten Bakker)

De capaciteit van een condensator is te berekenen uit $C = \frac{Q}{U_0}$.

Dit geeft voor bedoelde condensator dus, indien we voor Q en U_0 de boven verkregen uitdrukkingen invullen:

$$C = \frac{\varepsilon_{r1}\ .\ \varepsilon_0 E_1\ .\ O}{E_1\left(l_1 + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}\ .\ l_2\right)}$$

Teller en noemer van deze breuk gedeeld door E_1 en door ε_{r1}:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \times O}{\frac{l_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{l_2}{\varepsilon_{r2}}}$$

Voorbeeld:

Een condensator met een plaatoppervlak van 100 cm^2 en een plaatafstand van 2 mm bezit een diëlectrische laag van ½ mm dik met een relatieve diëlectrische constante van 20 en een diëlectrische laag van 1½ mm dik met een ε_{r2} van 4. De spanning U_0 die werkzaam is, is gelijk aan 400 volt. Bereken de capaciteit van de condensator, de lading en de elektrische veldsterkte in beide diëlectrische materialen.

Oplossing:

De capaciteit van de condensator is:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \times O}{\frac{l_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{l_2}{\varepsilon_{r2}}} = \frac{8{,}854.10^{-12} \times 100.10^{-4}}{\frac{5.10^{-4}}{20} + \frac{15.10^{-4}}{4}} = \frac{8{,}854.10^{-14}}{\frac{5.10^{-4} + 75.10^{-4}}{20}} =$$

$$C = \frac{8{,}854.10^{-14}}{\frac{80.10^{-4}}{20}} = \frac{8{,}854.10^{-14}}{4.10^{-4}} = \mathbf{221{,}35.10^{-12}}\ \boldsymbol{F}.$$

De lading op de condensator is $Q = C \times U_{0.}$

$$Q = 221{,}35.10^{-12} \times 400 = \mathbf{885{,}4.10^{-10}}\ \boldsymbol{coulomb}.$$

De veldsterkten zijn bepaald door de formule:

$Q = \varepsilon_r.\varepsilon_0.E.O$ of:

$$E_1 = \frac{Q}{\varepsilon_{r1}.\varepsilon_0.O} \quad \text{en} \quad E_2 = \frac{Q}{\varepsilon_{r2}.\varepsilon_0.O}$$

$$E_1 = \frac{885{,}4.10^{-10}}{20 \times 8{,}854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}} = \frac{100.10^{-10}}{20 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}} = \mathbf{5.10^4}\ \boldsymbol{V/m}.$$

$$E_1 = \frac{885{,}4.10^{-10}}{4 \times 8{,}854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}} = \frac{100.10^{-10}}{4 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}} = \mathbf{25.10^4}\ \boldsymbol{V/m}.$$

Voorbeeld:

De condensator C_1 uit fig. 4,10 heeft een capaciteit van 2 μF.
C_2 heeft een capaciteit van 3 μF. De batterij heeft een spanning van 500 V.
Schakelaar S_2 wordt gesloten, terwijl schakelaar S_1 geopend blijft. Bereken de spanning, lading en energie op C_1. Daarna wordt de schakelaar S_2 geopend en S_1 gesloten. Hoe groot worden de spanning en lading op elk van de beide condensatoren?
Hoe groot is thans de energie op de vervangings-Capaciteit?

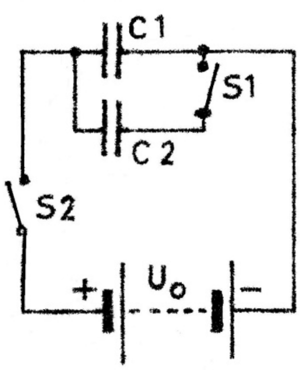


Fig. 4,10. Voorbeeld.

Oplossing:

Als de schakelaar S_1 open en de schakelaar S_2 gesloten is, dan is de spanning U_0 alleen op de condensator C_1 werkzaam. De lading op C_1 is dus:
$Q_1 = C_1 \times U_0 = 2.10^{-6} \times 500 = 10^{-3}\ coulomb.$
De energie op C_1 is:
$½\, Q_1 U_0 = ½.10^{-3} \times 500 = 0{,}25\ joule.$
Als de schakelaar S_1 wordt gesloten en S_2 wordt geopend, dan is de batterij buiten functie, daar deze keten verbroken is. De lading die op C_1 aanwezig is, verdeelt zich nu over C_1 en C_2, waarvan de totale capaciteit C_t gelijk is aan: $2 + 3 = 5\ \mu F.$
De spanning op deze condensator, dus ook de spanning op C_1 en C_2 is dus:

$$U = \frac{Q}{C_t} = \frac{10^{-3}}{5.10^{-6}} = 200\ V.$$

De lading op C_1 is nu geworden $Q_1 = C_1 \times U = 2.10^{-6} \times 200 = 4.10^{-4}\ coulomb.$
De lading op C_2 is: $Q_2 = C_2 \times U = 3.10^{-6} \times 200 = 6.10^{-4}\ coulomb.$

De energie op C_1 is: $½\, Q_1 U = ½ \times 4.10^{-4} \times 200 = 0{,}04\ joule$ en op de condensator C_2 is de energie:

$$½\, Q_2 U = ½ \times 6.10^{-4} \times 200 = 0{,}06\ joule.$$

De totaal aanwezige hoeveelheid energie, dit is dus ook de energie op de vervangingscapaciteit, is nu:

$$0{,}04 + 0{,}06 = 0{,}1\ joule.$$

We zien dus dat vergeleken met de energie die C_1 aanvankelijk alleen bezat, de energie dus is afgenomen. We moeten bedenken dat energie verloren gaat bij het verplaatsen van een deel van de lading van condensator C_1 naar condensator C_2.

4,9. Kracht tussen de platen van een condensator.

In les 1 hebben we reeds geschreven over de kracht die optreedt tussen twee elektrische ladingen. De daar gegeven uitdrukking is slechts geldig voor twee ladingen die zich op zeer kleine lichamen bevinden.
Nauwkeuriger is het te spreken van puntladingen.

Een puntlading *Q*, in punt *P* van een elektrisch veld, met een sterkte *E*, ondervindt een kracht $K = Q \times E$. Hierin is met *E* bedoeld, de veldsterkte die in punt *P* heerste voordat de lading *Q* daar werd geplaatst.

De richting van deze kracht is zodanig dat een positieve lading in de richting van de veldsterkte getrokken wordt. Een negatieve lading dus in tegengestelde richting.

Te maken opgaven Th.E. No. 97 t/m 99. (Oplossingen inleveren).

Bij een condensator waarvan de ene plaat geladen is met $+Q$ en de andere plaat met $-Q$, treedt tussen de platen een aantrekkende kracht op. We veronderstellen dat de condensator bestaat uit twee vlakke platen met lucht als diëlectricum en dat de platen beweeglijk zijn opgesteld. De platen zullen elkaar onder invloed van de aantrekkende kracht naderen. De energie die de condensator bevat voordat de platen zich verplaatsten is:

$$W = \frac{1}{2} . \frac{Q^2}{C} \; joule$$

De capaciteit van de condensator is bepaald door:

$$C = \varepsilon_0 \frac{O}{l} \; F.$$

De uitdrukking voor de energie wordt hiermee:

$$W = \frac{1}{2} . \frac{Q^2}{\varepsilon_0 \frac{O}{l}} = \frac{1}{2} . \frac{Q^2 l}{\varepsilon_0 O} \; joule$$

We veronderstellen dat de lading op de condensator tijdens de verplaatsing van de platen niet kan veranderden. Wordt de afstand der platen kleiner, dan neemt de elektrische energie evenredig met de afstand l af. Deze elektrische energie wordt geleverd in mechanische arbeid, die nodig is om de platen te verplaatsen.

De mechanische energie of arbeid is bepaald door het product van kracht en weg. De afname van de elektrische energie bij een verplaatsing van de platen over een afstand l^l, waarbij l^l kleiner is dan *l,* is dus:

$$\frac{1}{2} . \frac{Q^2 l^l}{\varepsilon_0 O} = K \times l^l,$$

Waarin *K* in newton, l^l in m, O in m^2 en Q in coulombs zijn uitgedrukt.
De kracht tussen de platenvinden we door aan beide zijden van het = -teken door l^l te delen.

$$K = \frac{1}{2} . \frac{Q^2}{\varepsilon_0 O}.$$

Daar $Q = O \times D$ of $O = \frac{Q}{D}$ en $D = \varepsilon_0 \, E$, kunnen we O gelijk stellen aan:

$$O = \frac{Q}{\varepsilon_0 . E}.$$

Dit in de uitdrukking voor *K*:

$$K = \frac{1}{2} . \frac{Q^2}{\varepsilon_0 . \frac{Q}{\varepsilon_0 . E}} = \frac{1}{2} . Q . E \; newton.$$

Hoofdstuk 5. Elektromagnetisme.

5,1. Magnetisme.

Het is algemeen bekend dat een magneet in staat is ijzeren of stalen voorwerpen aan te trekken. Een bekende toepassing hiervan is de kompasnaald, een draaibaar opgesteld magneetje dat zich in de richting Noord-Zuid stelt.

Een staafmagneet heeft zijn sterkste werking aan de uiteinden, de polen genaamd. In het midden van de staaf is geen magnetische werking te constateren. De beide polen van de magneet hebben niet dezelfde eigenschappen. We kunnen dit waarnemen bij de kompasnaald. Het is steeds hetzelfde einde van de naald die naar het noorden van onze aardbol wijst. Het einde van de magneetnaald dat naar het noorden wijst, wordt de noordpool en het andere einde de zuidpool van de magneet genoemd.
Beide polen van de magneet trekken niet-magnetisch ijzer even sterk aan. Brengen we een der polen van een staafmagneet bij de kompasnaald, dan keert een der polen van de naald zich naar de magneetstaaf. Indien we de andere pool van de staaf bij de kompasnaald brengen, dan wijst de andere pool van de naald naar de magneetstaaf.

We nemen nu een magneetnaald, waarvan we weten welk einde de zuidpool is. indien we de noordpool van deze naald bij een kompas brengen, dan zien we dat de noordpool afgestoten wordt en de zuidpool wordt aangetrokken. Brengen we de zuidpool van de naald bij het kompas, dan vindt het omgekeerde plaats.

We zien dus, dat gelijknamige polen elkaar afstoten en ongelijknamige polen elkaar aantrekken.

Breken we een magneetstaaf doormidden, dan verkrijgen we niet twee staafjes, elk met één pool, maar ieder staafje bezit een noord- en een zuidpool (fig. 5,1). Bij steeds verder gaande verdeling van een magneet worden steeds kleinere magneetjes verkregen, ieder met een noord- en een zuidpool. Hieruit trekt men de conclusie, door andere experimenten bevestigd, dat de ijzeratomen waaruit de magneet bestaat, zelf kleine magneetjes zijn, elk met een noord- en een zuidpool. Als deze magneetjes regelmatig geordend liggen, alle met de noordpool naar de ene zijde en met de zuidpool naar de andere zijde (fig. 5,2), dan heffen de tegenover elkaar liggende noord- en zuidpolen elkaars werking naar buiten op. Aan de uiteinden vindt geen opheffing van tegengestelde werkingen plaats zodat het magnetisme daar merkbaar is. Bij niet-magnetisch ijzer liggen de elementaire magneetdeeltjes onregelmatig, zonder voorkeursrichting door elkaar, waardoor geen werking naar buiten merkbaar is. in werkelijkheid worden, bij het magnetisme van ijzer, niet de atomen afzonderlijk gericht. In niet-magnetisch ijzer zijn kleine gebiedjes aanwezig, waarin alle atomen in dezelfde richting wijzen.

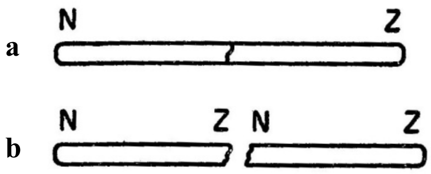


Fig. 5,1. Staafmagneet
a. voor-, b. na het doorbreken.

Te maken opgaven Th.E. No. 100 t/m 102.
(Oplossingen inleveren).

HILVERSUM

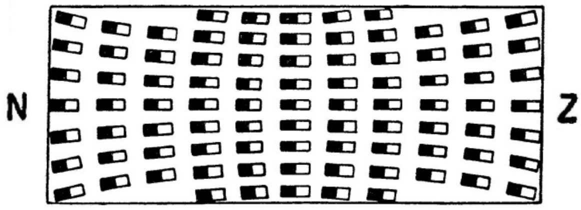


Fig. 5,2. In een staafmagneet liggen de elementaire magneetjes vrijwel in dezelfde richting.

Voor verschillende gebiedjes zijn de richtingen echter verschillend. Deze gebiedjes worden de gebieden van Weiss genoemd.
In fig. 5,2 zijn de aangeduide elementaire magneetjes dus niet de afzonderlijke atomen, doch de gebieden van Weiss. De grootte van deze elementaire magneetjes is verschillend.
Elk gebiedje bestaat gewoonlijk uit 50000 tot 500 000 atomen. Het aantal gebiedjes is toch nog zeer groot, omdat het aantal atomen zo enorm is.

We hebben de toestand in een magneet wat te eenvoudig voorgesteld. De atomen zijn niet in rust, maar schommelen om een evenwichtstoestand. Hoe hoger de temperatuur, des te heftiger is deze beweging. Ook de richting van de elementaire gebieden varieert, bij weekijzer meer dan bij staal. Vandaar dat de uitwerking van een magnetiserende invloed op weekijzer groter is dan op staal. Daar staat tegenover dat weekijzer zijn magnetisme weer bijna geheel verliest, zodra de magnetiserende invloed wordt weggenomen, terwijl staal zijn magnetisme vrijwel behoudt.

Bij een temperatuur van ongeveer 800 °C zijn de schommelingen van de atomen en van de gebieden van Weiss zo sterk dat de geordende ligging geheel verloren gaat. Na afkoeling blijkt het magnetisme van de staaf verdwenen te zijn.

Behalve ijzer, vertonen ook nikkel en kobalt duidelijk magnetische eigenschappen. In de laatste tijd heeft men nog andere materialen leren kennen, die voor magnetische doeleinden worden gebruikt. Sommige hiervan zijn legeringen (scheikundige verbindingen) die in hoofdzaak ijzer en nikkel bevatten, zoals ferroxcube en ferroxdure. Ticonal en ferroxdure worden gebruikt als materiaal voor permanente magneten, bv. in luidsprekers; permalloy en ferroxcube kunnen dienen voor elektromagneten, doch zij verliezen evenals zacht ijzer hun magnetisme weer, als de magnetiserende invloed wordt weggenomen. In vele gevallen is deze eigenschap juist gewenst. Magneten vervaardigd uit staal, ticonal en ferroxdure worden permanente magneten genoemd. Indien een staaf ijzer is gemagnetiseerd, zal, nadat de magnetiserende invloed is weggenomen, de staaf ijzer nagenoeg de magnetische eigenschappen weer verliezen. De kleine hoeveelheid magnetische eigenschappen die het ijzer behoudt, noemt men remanent magnetisme.
Van een staaf staal B (in fig. 5,3) kan men een magneet maken door deze enige tijd te laten rusten tegen een staaf magneet A. Waar de magneet A een noordpool heeft, ontstaat in de staaf B een zuidpool. Ook kan men van een staaf staal een magneet maken door de staaf te bestrijken met een pool van de magneet. Dit strijken moet dan steeds in één richting en met dezelfde pool plaatsvinden.
De teruggaande beweging moet dan langs een zo groot mogelijke omweg plaatsvinden. Strijkt men een noordpool over de staaf staal, dan wordt daar waar de pool de staaf verlaat, een zuidpool gevormd.

Naarmate de sterkte van de magnetiserende magneet groter is en de beïnvloeding langer plaats-Vindt, worden meer elementaire gebieden in de “gerichte” positie gebracht. We kunnen ons voor-Stellen dat op den duur zoveel gebiedjes gericht zijn, dat verder magnetiseren geen verdere toename

Van de magnetische eigenschappen van de staaf staal ten gevolge heeft, daar een maximum aantal gebiedjes is gericht. We noemen de magneet dan magnetisch verzadigd.

5,2. Magnetisch veld.

Bij elektrische ladingen hebben we ons een voorstelling gemaakt van de invloed die een lading op haar omgeving uitoefent, door het elektrisch veld en de elektrische krachtlijnen. Bij magneten kunnen we de invloed daarvan in hun omgeving voorstellen door het magnetisch veld en magnetische krachtlijnen.

Een magnetische krachtlijn beschouwen we als de baan die een denkbeeldig noordpooldeeltje zou afleggen onder invloed van de noord- en zuidpool van een magneet.

Dit denkbeeldig noordpooldeeltje zal zich altijd verwijderen van de noordpool en naar de zuidpool bewegen. De magnetische krachtlijnen treden bij de noordpool uit de magneet en bij de zuidpool weer binnen. We denken de krachtlijn binnen de magneet verder voltooid door de weg van zuid- naar noordpool (zie fig. 5,4 en 5,5).
Een magnetische krachtlijn is dus een gesloten kromme. (Dit wijkt dus af van de elektrische krachtlijn die bij positieve lading uittreedt en eindigt op de negatieve lading.)

We kunnen ons een idee vormen van een magnetisch veld, indien we bv. een staafmagneet plaatsen onder een blad papier dat bestrooid is met ijzervijlsel. Tikken we zachtjes tegen het papier, dan zullen de ijzerdeeltjes zich gaan richten volgens bepaalde lijnen, de krachtlijnen van de magneet.

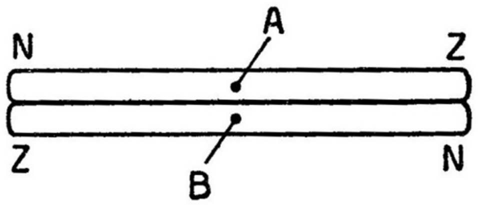


Fig. 5,3. A. permanente magneet.
B. stalen staaf die door de permanente wordt gemagnetiseerd.

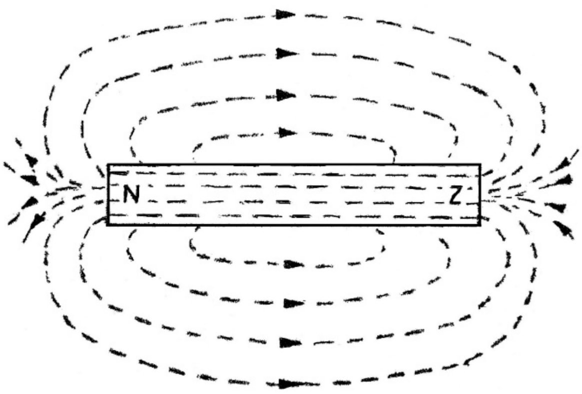


Fig. 5,4. Magnetisch krachtenveld van een staafmagneet.

Te maken opgaven Th.E. No. 103 t/m 107.
(Oplossingen inleveren).

5,3. Elektromagnetisme.

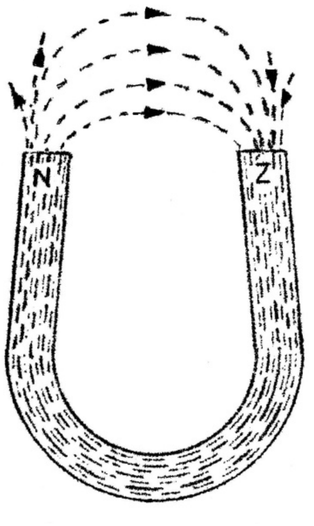


Fig. 5,5. Magnetisch krachtenveld van een hoefmagneet.

Indien we een stroomvoerende geleider door een blad papier steken dat bedekt is met fijn verdeeld ijzer, dan zien we, evenals bij een magneet, de ijzerdeeltjes zich richten en wel volgens lijnen, die cirkels met de geleider als middelpunt vormen. We zien hieruit dat elektrische stroom magnetische werkingen vertoont. Leggen we een draad, waar een constante stroom door vloeit boven een kompasnaald, dan zien we de naald uit zijn oorspronkelijke stand gaan. In ieder punt in de omgeving van de stroomvoerende geleider neemt de naald een andere stand in. Als richting van het krachtenveld van de stroomvoerende geleider, het magnetisch krachtenveld genaamd, is nu aangenomen de richting waarin de noordpool van de kompasnaald wijst.

In fig. 5,6 is een voorstelling van een dergelijk magnetisch krachtenveld weergegeven, waarbij de stroom van ons af vloeit. Het verband tussen de richting van het krachtenveld en de stroomrichting is als volgt gemakkelijk te onthouden.

De richting van de stroom en de richting van de daarbij behorende krachtlijnen passen bij elkaar als de voortbewegingsrichting en de draairichting van een rechtse schroef. (denk hierbij aan de kurkentrekker).

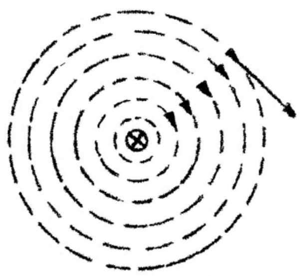


Fig. 5,6. Magnetisch veld bij een stroomvoerende rechte geleider.

Brengen we enige stroomvoerende geleiders in elkaars omgeving, dan zullen de magnetische krachtvelden zich wijzigen.
In fig. 5,7 zien we het verloop van de krachtlijnen dat ontstaat bij twee geleiders waarin de stromen tegengesteld van richting zijn. Tussen de geleiders verdringen de krachtlijnen elkaar. De krachtlijnen komen daar dichter bij elkaar te lopen. In fig. 5,8 zijn twee stroomvoerende geleiders weergegeven, waarin de stromen dezelfde richting hebben.
We zien dat de weg, die door de krachtlijnen wordt doorlopen geheel gewijzigd is; de krachtlijnen buigen nu om beide geleiders tot een gesloten bundel.

Een veel voorkomende toepassing van een aantal stroomvoerende geleiders die gelijk gerichte stromen voeren, vinden we in de solenoïde of spoel (zie fig. 5,9). Hierbij zien we dat het krachtenveld in zijn geheel door de opening van de spoel gaat en buiten de spoel om, zich verspreidend over een grote ruimte, weer terug de spoel in gaat.
Het is nu gebruikelijk de totale magnetische invloed die een stroomvoerende geleider in zijn omgeving uitoefent, magnetische flux te noemen.

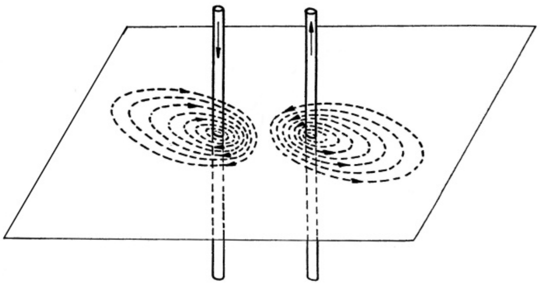


Fig. 5,7. Magnetisch krachtenveld bij twee tegengestelde stromen.

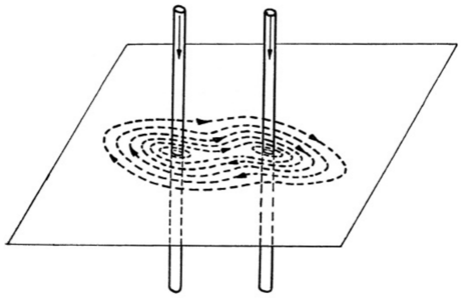


Fig. 5,8. Magnetisch krachtenveld bij twee gelijk gerichte stromen.

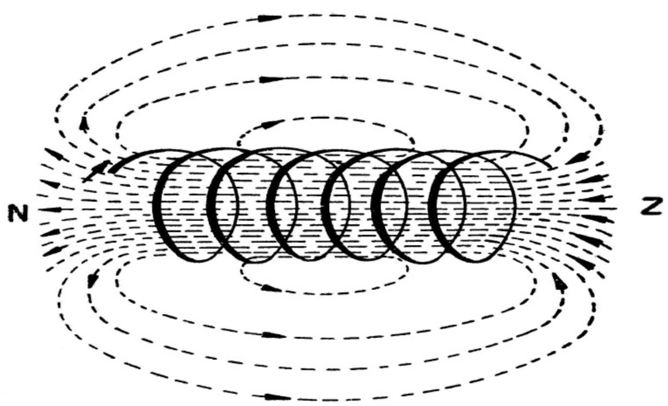


Fig. 5,9. Magnetisch krachtenveld rond een solenoïde.

De richting van de magnetische flux is dezelfde als de van de magnetische krachtlijnen. We duiden de magnetische flux aan met de letter Φ (spreek uit fi), uitgedrukt in de eenheid Weber (Wb).
Daar de krachtlijnen niet overal even dicht naast elkaar lopen (zie fig. 5,9), is het gewenst nog een andere grootheid in te voeren; een grootheid voor de flux per eenheid van oppervlak, magnetische inductie genaamd, aangegeven met de letter B en uitgedrukt in $weber/m^2$.)*

In de spoel volgens fig. 5,9 lopen de krachtlijnen nagenoeg evenwijdig en overal even dicht bij elkaar. We treffen dit het sterkst aan bij een spoel, waarvan de lengte groot is ten opzichte van de diameter. Doordat het magnetisch veld in de spoel gelijkmatig over het oppervlak verdeeld is, (homogeen verloopt) geldt $\Phi = B \times O$. Buiten de spoel is de flux niet gelijkmatig verdeeld. Dicht bij de spoel zal het grootste deel van de flux zich voordoen, terwijl op grotere afstand van de flux weinig meer te bespeuren valt.

Te maken opgaven Th.E. No 108 t-m 111. (Oplossingen inleveren).

*De magnetische fluxdichtheid wordt tegenwoordig gemeten in tesla (T), dat is weber per vierkante meter (Wb/m^2) (bron: Wikipedia)

5,4. Magnetische wet van Ohm (wet van Hopkinson).

We denken ons een lange spoel, bestaande uit een enkele winding, gemaakt van een brede strook koper (fig. 5,10). De breedte van deze strook is de lengte van de spoel. Het cirkelvormig oppervlak van de doorsnede noemen we het windingsoppervlak *O*. De stroom wordt toegevoerd aan de twee evenwijdige einden (bij P en Q).

We nemen aan dat de stroom gelijkmatig over de gehele lengte is verdeeld. Verder veronderstellen we dat de lengte *l* groot is ten opzichte van de diameter van de winding.

We sturen een gelijkstroom *I* door de spoel en de richting van de getekende pijlen. Er ontstaat, evenals bij de spoel van fig. 5,9, een magnetische flux Φ. De richting van de flux, binnen in de spoel, is als volgt te bepalen:
De richting van de rondgaande stroom en de richting van de magnetische flux behoren bij elkaar als de draairichting en voortbewegingsrichting van een rechtse schroef (kurkentrekker).

In de spoel is de magnetische flux overal even groot, dit wil zeggen, de flux per eenheid van oppervlak gelijk, uitgezonderd aan de einden van de spoel. Buiten de spoel is de flux per eenheid van oppervlak zeer klein. Uit proeven met een dergelijke lange een/windingsspoel is het volgende gebleken. Bij dezelfde stroom is de flux binnen de spoel evenredig met het windingsoppervlak.

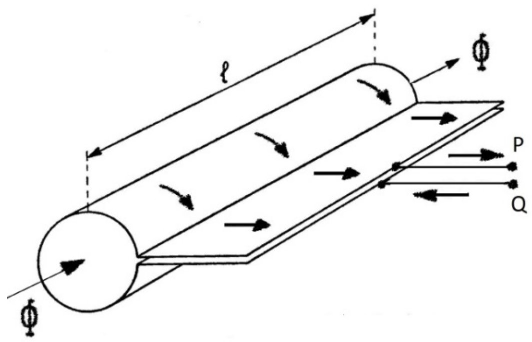


Fig. 5,10. Lange spoel bestaande uit één winding.

wordt het windingsoppervlak tweemaal zo groot, dan is de flux ook tweemaal zo groot. De inductie *B* is dus in beide gevallen gelijk. Verder is gebleken, dat de flux omgekeerd evenredig is met de lengte l van de spoel. Nemen we een spoel die half zo lang is als de vorige en sturen we er dezelfde stroom doorheen, dan is de flux Φ en dus ook de inductie $B = \frac{\Phi}{O}$ tweemaal zo groot. Bij eenzelfde spoel is de flux Φ en dus ook de inductie *B* evenredig met de stroom *I*.
We zien hier een grote overeenkomst met de wet van Ohm. Wat bij een stroomketen de spanning is, is hier de stroom *I* door de spoel en wat bij een stroomketen de elektrische stroom *I* is, is hier de magnetische flux Φ.
Op overeenkomstige wijze als we bij de wet van Ohm het quotiënt $\frac{U}{I} = R$, de elektrische weerstand hebben genoemd, noemen we bij onze spoel het quotiënt $\frac{I}{\Phi} = R_m$ de magnetische weerstand uitgedrukt in $\frac{A}{weber}$. We noemen de betrekking $I = \Phi . R_m$ de magnetische wet van Ohm, ook wel de wet van Hopkinson genoemd. In het elektrische geval, is er een spanning nodig om de stroom *I* door de weerstand *R* te drijven. Deze spanning hebben we in dit verband elektromotorische kracht (emk) genoemd. In het magnetische geval, is er een stroom *I* nodig om de flux Φ door de magnetische weerstand R_m te drijven. Deze stroom noemen we in dit verband de magnetomotorische kracht. (mmk).

Evenals de elektrische weerstand van een geleider evenredig is met de lengte en omgekeerd evenredig is met de doorsnede van een geleider, is dit met de magnetische weerstand het geval.
De doorsnede van de weg voor de magnetische flux buiten om de spoel is oneindig groot.
Er is dus vrijwel geen mmk nodig voor dit gedeelte van de weg. We veronderstellen dan ook dat de gehele mmk nodig is om de magnetische flux binnen de spoel tot stand te brengen.

Er is echter een belangrijk verschil tussen het elektrisch en magnetisch geval. Een elektrische stroom treedt alleen op in een geleider; een emk veroorzaakt geen stroom in een isolator. Werkt ergens een mmk, zoals bv. in onze spoel dan heeft deze steeds een magnetische flux te gevolge, of er zich nu lucht of een andere stof, of zelfs vacuüm binnen de spoel bevindt. Er zijn dus geen stoffen, die als magnetische isolatoren zouden kunnen worden beschouwd. Wel zijn er stoffen, de zg. ferromagnetische materialen, zoals ijzer, waarvan de magnetische weerstand is dan van lucht of vacuüm. Voorlopig veronderstellen we echter dat de ruimte binnen en buiten de spoel met lucht is gevuld. Niet-ferromagnetische materialen, zoals bv. een spoelkoker van hard papier, waar de spoel op is gewikkeld, hebben praktisch geen invloed op de magnetische flux.

We hebben de wet van Ohm in twee vormen geschreven, nl. $U = I \times R$ en $I = G \times U$.
De wet van Hopkinson kunnen we eveneens in twee vormen weergeven:

$I = \Phi \times R_m$ en $\Phi = \frac{I}{R_m} = \Phi = L.I$ waarin $L = \frac{1}{R_m}$ $Weber/$A.

We noemen L de zelfinductie van de eenwindingspoel. L is onafhankelijk van de stroom I of van de flux Φ, maar alleen afhankelijk van de vorm en afmetingen van de spoel.

5,5. Spoelen met meer dan een winding.

Het gedrag van een spoel met een aantal windingen kunnen we afleiden uit dat van een één-windingsspoel door een aantal zeer dunne sneden loodrecht op de lengte-as van de spoel, verdeeld in x van elkaar geïsoleerde windingen (zie fig. 5,11). Indien we de sneden niet laten doorlopen in de verbindingsstrippen, die voor stroomtoevoer dienen, dan zijn alle windingen parallel geschakeld.
De mmk is, als de bij Q toegevoerde stroom dezelfde is, even groot als in het geval van fig. 5,10, daar ook de stroomverdeling over de spoel dezelfde is. De magnetische flux is ook dezelfde gebleven.
Door ieder der n windingen vloeit nu een stroom $\frac{I}{n}$.

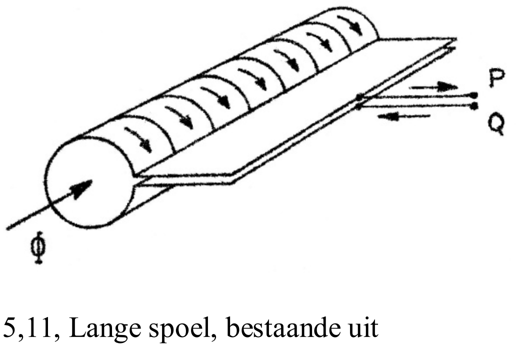


fig. 5,11, Lange spoel, bestaande uit parallel geschakelde windingen.

We schakelen nu de n windingen in serie en verkrijgen dan een cilinderspoel in een gebruikelijke vorm. We sturen nu door deze spoel een stroom $\frac{I}{N}$.
door iedere winding vloeit dan weer dezelfde stroom als in het voorgaande geval.
De stroomverdeling over de spoel en de flux door de spoel zijn in alle drie gevallen gelijk.
Bij een spoel met n windingen verkrijgen we met een n maal kleinere stroom dezelfde flux, als een stroom I door een één-windingsspoel ten gevolge heeft.

Het gedrag van een spoel kunnen we eerst goed overzien indien we een verandering van de flux die in de spoel aanwezig is in beschouwing nemen.
Een verandering van de flux heeft op elke stroomvoerende geleider, die zich in deze flux bevindt enige invloed. Een verandering van de flux heeft dus ook op elke winding die een spoel bezit invloed.
We zullen hier later kennis mee maken. We spreken nu van de flux of fluxverandering die door de stroom wordt omvat. Bij een spoel met 1 winding wordt de flux eenmaal door de stroom omvat en bij een spoel met n windingen wordt de flux $n -$ maal omvat.

Wordt de flux $n -$ maal omvat, dan is de invloed daarvan dezelfde indien een $n -$ maal zo grote flux eenmaal wordt omvat. Bij een spoel met n windingen mogen we dus ook schrijven $n\Phi_n = L_n.I_n$, waarin I_n de stroom gaande door n windingen, L_n de zelfinductie van een spoel met n windingen en Φ_n de flux is die door n windingen is opgebouwd. Bij een spoel met 1 winding is bij een stroom I_1 de flux $\Phi_1 = L_n I_n$, dus $L_1 = \frac{\Phi_1}{I_1}$.

Voor een even grote spoel (wat diameter en lengte betreft) met n in serie geschakelde windingen is de flux dezelfde dus: Φ_1, als bij de een-windingsspoel, indien $I_n = \frac{I_1}{n}$ is.
Nemen we tevens in aanmerking dat de invloed van de flux Φ_1 in n windingen dezelfde is als de invloed van een flux $n\Phi_1$ in 1 winding dan mogen we schrijven:

$n\Phi_1 = L_n I_n$ of $n\Phi_1 = \frac{I_1}{n}$.

Waaruit volgt:

$$L_n = \frac{n^2 \Phi_1}{I_1}.$$

Daar $\frac{\Phi_1}{I_1} = L_1$ wordt dit: $L_n = n^2 L_1$.

Vergelijken we dus twee spoelen met dezelfde afmetingen, dan verhouden de zelfinducties zich als tweede macht van het aantal windingen.

5,6. Magnetische veldsterkte.

Bij een stroomketen worden de grootheden stroomdichtheid (in coulomb m^2) en de elektrische veldsterkte E $(in\ V/m)$ gedefinieerd. Bij een condensator hebben we de grootheden elektrische flux per eenheid van oppervlak of de diëlectrische verplaatsing:

$D = \frac{\Phi}{O}$ $(in\ coul/m^2)$ en de elektrische veldsterkte:

$E = \frac{U_o}{l}$ $(in\ V/m)$ ingevoerd. Bij de magnetische velden, dus bv. bij een spoel, voeren we naast de grootheid magnetische inductie $B = \frac{\Phi}{O}$ nog de grootheid magnetische veldsterkte in.

We beschouwen weer de lange een-windingsspoel volgens fig. 5,10. We stellen de lengte van deze spoel *l*, de doorsnede *O* en de stroom *I* en de daardoor opgewekte flux *Φ*.
We veronderstellen verder dat het magnetisch veld binnen de spoel homogeen en in de buitenruimte verwaarloosbaar klein is.

Deze laatste voorstelling betekent dat voor het lopen van de flux door de buitenruimte geen magneto-motorische kracht nodig is. Bij een spoel waarvan de lengte groot is t.o.v. de diameter geeft deze benadering geen noemenswaardige fout.

We weten reeds dat $\Phi = B \times O$ en dat bij eenzelfde stroom de flux Φ evenredig is met het windingsoppervlak O. Daar ook geldt $\Phi = L \times I$, is dus L ook evenredig met O. Verder is de flux, bij dezelfde stroom, omgekeerd evenredig met de lengte l van de spoel, dus is L omgekeerd evenredig met l .

Het verband tussen de zelfinductie L en de lengte l is nu gegeven door:
$L = \mu_0 \frac{O}{l}$. Hierin is μ_0 (mu) een constante, een evenredigheidsfactor, die onafhankelijk is van O en l, dus onafhankelijk van de vorm en afmetingen van de spoel. In de uitdrukking $\Phi = L.I$ substitueren we $L = \mu_0 \frac{O}{l}$. Dit geeft $\Phi = \mu_0 \frac{O}{l} .I.$

En daar $\Phi = B.O$ kunnen we schrijven:

$$B.O = \mu_0 \frac{O}{l} I \quad \text{of} \quad B = \mu_0 \frac{I}{l}\ weber/m^2.$$

De grootheid $\frac{I}{l}$ is de stroom per lengte-eenheid van de spoel. We noemen deze de <u>magnetische veldsterkte</u>, voorgestel door de letter H uitgedrukt in $\mathrm{A/m}$. we kunnen H ook de <u>magnetomotorische kracht per eenheid van lengte</u> noemen. Het verband tussen magnetische inductie en de magnetische veldsterkte is nu $B = \mu_0 .H$.

Beschouwen we nu de een-windingsspoel volgens fig. 5,10. Terwijl deze een lengte van 1m en een doorsnede van $1m^2$ heeft, dan is $H = I$ en $B = \Phi$, Voor een spoel wordt dus $B = \mu_0 H$ gelijk aan $\Phi = \mu_0 I$.
Daar $\Phi = L.I$ moet de zelfinductie L gelijk zijn aan μ_0 dus $L = \mu_{0.}$
μ_0 is dus de zelfinductie van die een-windingsspoel met 1m lengte en $1m^2$ doorsnede.

We noemen μ_0 de <u>permeabiliteit voor vacuüm</u>, ook wel <u>inductieconstante</u>. Bevindt zich lucht of een andere niet-magnetische stof binnen de spoel dan verandert μ_0 praktisch niet.
De inductieconstante μ_0 is gelijk aan:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ \frac{Wb}{A.m} \quad \approx \quad 1{,}257 \times 10^{-6}\ \frac{Wb}{A.m}.$$

De zelfinductie wordt uitgedrukt in de eenheid $\frac{Wb}{A}$ of wel henry (H).
In de praktijk gebruikt men veelal microhenry, afgekort μH.
$1\mu H = 10^{-6}\ henry = 10^{-6}\ H.$

Een spoel heeft de eenheid van zelfinductie als een stroom van de eenheid van stroomsterkte (1A) een flux geeft van 1 weber. Voor de zelfinductie van een eenheidsspoel (d.w.z. een een-windingsspoel met een lengte van 1 m en een doorsnede 1 m^2) hebben we μ_0 gevonden. De zelfinductie van zo'n eenheidsspoel is dus $4\pi.10^{-7}\ H$.

Te maken opgaven Th.E. No. 112 t/m 123.
(Oplossingen inleveren).

5,7. Elektromagneten.

In het voorgaande hebben we kunnen waarnemen dat elektrische stroom magnetische werking vertoont. Een bekende toepassing hiervan vinden we in de elektromagneet. Indien we een spoel wikkelen om een weekijzeren staaf en een constante stroom door de spoel sturen, wordt de ijzeren staaf een magneet. We noemen dit een elektromagneet. Na het uitschakelen van de elektrische stroom verdwijnt het magnetisme vrijwel geheel. Nemen we in plaats van de weekijzeren staaf een stalen staaf, dan wordt deze staaf ook magnetisch, doch behoudt het magnetisme grotendeels na het uitschakelen van de stroom. De stalen staaf is een permanente magneet geworden.

Waar bij de magneet de noordpool en zuidpool gevormd worden, hangt af van de richting, waarin de stroom de spoel doorloopt. De omlooprichting van de stroom en de richting van zuid- naar noordpool behoren bij elkaar als de draairichting en voortbewegingsrichting van een rechtse schroef.
Ook kunnen we de plaats van de noord- of zuidpool als volgt vastleggen:
Zien we tegen het einde van de spoel en loopt de stroom rechtsom (volgens de wijzers van een uurwerk) dan zien we tevens tegen de zuidpool aan. Vloeit de stroom dus linksom dan zien we tegen de noordpool aan. Wordt de stroomrichting omgekeerd dan verwisselen ook de noord- en zuidpool.
Bevindt zich geen ijzeren of stalen staaf in de spoel, waar gelijkstroom door vloeit, dan gedraagt de spoel zich eveneens als een magneet. Door het inbrengen van een ijzeren staaf wordt het magnetisme veel sterker.

5,8. IJzer in het magnetisch veld.

Brengen we ijzer in de spoel van fig. 5,10 dan zal bij dezelfde stroom eenzelfde magnetomotorische kracht en dus dezelfde magnetische veldsterkte H optreden. Echter de magnetische flux Φ en dus ook de magnetische inductie B zullen groter zijn dan indien in de spoel slechts lucht of vacuüm aanwezig was. De factor waarmee Φ en dus ook B worden vermenigvuldigd, indien de gehele ruimte in de spoel gevuld is met ijzer, noemen we de relatieve permeabiliteit van het ijzer. We geven deze aan met μ_r. Met relatief wordt hier bedoeld: met betrekking tot vacuüm. Voor lucht en andere niet-magnetische stoffen is μ_r vrijwel gelijk aan 1.
Zonder ijzer in de spoel is $B = \mu_0\, H$; met ijzer is dus $B = \mu_r\, \mu_0\, H$, waarin $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H$.

Als bij dezelfde stroom de flux ten gevolge van het ijzer μ_r maal zo groot wordt dan bij lucht, dan wordt de zelfinductie L ook μ_r maal zo groot.

Zonder ijzer is $L = \mu_0 \frac{O}{l}$; met ijzer dus:

$$L = \mu_r\, \mu_0 \frac{O}{l}\ henry.$$

De materiaalconstanten die we tot nu toe hebben beschouwd zoals: de specifieke geleiding γ en de relatieve diëlectrische constante ε_r zijn onafhankelijk van de grootte van de stroom of spanning.
Dit geldt ook voor de influentieconstante ε_0 en de inductieconstante μ_0. Dit wil zeggen, dat deze constanten dezelfde waarde behouden, indien de stroom of spanning in waarde veranderen.
Anders is dit met de relatieve permeabiliteit μ_r. De grootte van μ_r hangt af van de grootte van de stroom door de spoel, dus ook van de grootte van de magnetomotorische kracht of van de magnetische flux.

We kunnen een grafiek tekenen, waarin het verband tussen B en H te beoordelen valt. Hiertoe zetten we de waarden van H op de horizontale as van een rechthoekig assenstelsel uit.

Op de verticale as kunnen we de bijbehorende waarden van B worden opgetekend. Indien we veronderstellen dat μ_r een waarde heeft die onafhankelijk is van de waarde van H verkrijgen we fig. 5,12. Bij een magnetische veldsterkte H_1 is de waarde van $B_1 = \mu_r H_1$ en bij een magnetische veldsterkte H_2 is de waarde van $B_2 = \mu_r H_2$ enz. Het snijpunt van het horizontale stippellijntje uit H_1 is nu een punt van de grafiek die het verband aangeeft tussen B en H. Zo brengt het snijpunt van het horizontale stippellijntje uit B_2 en het verticale stippellijntje uit H_2 een tweede punt van de grafiek. We zien uit deze grafiek dat alleen indien μ_r onafhankelijk gedacht is van de waarde van de magnetische veldsterkte, B recht evenredig is met H; de grafiek is een rechte lijn. In werkelijkheid is het verband tussen B en H bij ijzer veel ingewikkelder.

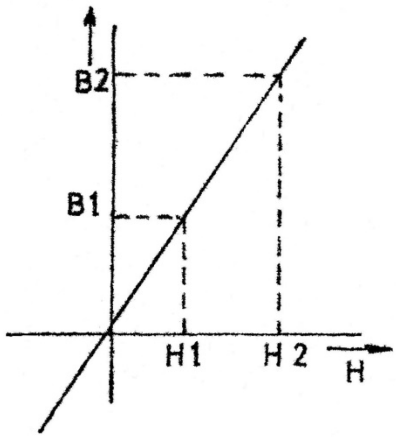


Fig. 5,12. B als functie van H_1 als μ_r constant is.

Brengen we een stuk niet-gemagnetiseerd ijzer in de spoel en laten we de stroom door de spoel van nul af toenemen, dan neemt de magnetische veldsterkte H op dezelfde wijze toe. Laten we de veldsterkte (dus ook I) van nul af toenemen tot H_1 (zie fig. 5,13) dan neemt de magnetische inductie toe van nul tot B_1.
Bij een even grote toename van H, bv. van H_2 tot H_3, neemt de magnetische inductie toe van B_2 tot B_3. We zien dat de toename van B nu groter is dan in het eerste geval. Kiezen we weer een even grote toename van H_4 tot H_5, dan neemt B weer met een kleiner bedrag toe, en wel van B_4 tot B_5. We zien dat bij gelijke toenamen van H, de waarde van B niet met gelijke bedragen toeneemt.
Het verband tussen de magnetische veldsterkte en magnetische inductie wordt nu voorgesteld door een gebogen lijn.

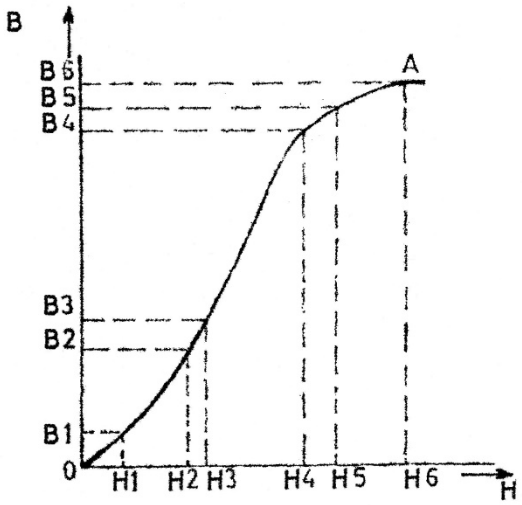


Fig. 5,13. Magnetiseringskromme voor ijzer.

Voor de verschillende waarden van H heeft μ_r andere waarden. Deze kromme wordt de <u>maagdelijke magnetiseringskromme</u> genoemd.
Is de stroom door de spoel zo groot geworden dat $H = H_6$ is geworden, dan zal bij verdere toename van I en dus ook H, de magnetische inductie vrijwel niet meer toenemen (punt A). We zeggen dan, dat het ijzer <u>magnetisch verzadigd</u> is.
Het is alsof het ijzer zeer moeilijk een grotere flux doorlaat en dus alsof μ_r veel kleiner is geworden.
Verminderen we na het verzadigingspunt te hebben bereikt de stroom, dus ook H, dan neemt de inductie weet af doch niet op dezelfde wijze als deze eerst is toegenomen. De inductie neemt minder snel af dan zij is toegenomen.

Te maken opgaven Th.E. No. 124 t/m 127.
(Oplossingen inleveren).

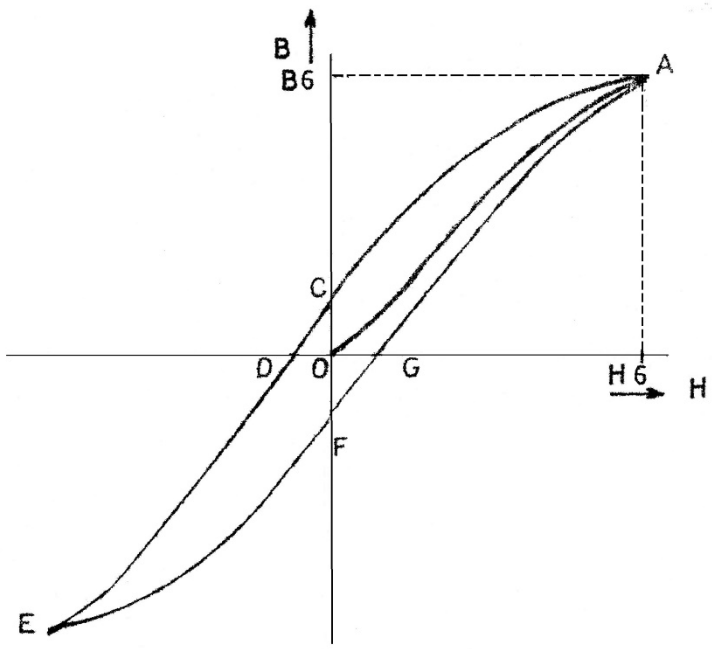


Fig. 5,14. Hysteresislus.

In fig. 5,14 is deze kromme, waarbij dus H afneemt, weergegeven door de lijn A C. Het punt C komt overeen met een waarde van de magnetische veldsterkte nul, dus ook de stroom nul. De magnetische inductie is echter niet nul geworden, er is een zekere waarde van B overgebleven, die we remanentie noemen. Er is dus ook een zekere flux Φ overgebleven. De staaf ijzer gedraagt zich als een permanente magneet Om het magnetisme van het ijzer te doen verdwijnen is het nodig de stroom in tegengestelde richting te doen vloeien, zodat de magnetomotorische kracht ook een tegengestelde richting krijgt. We laten de stroom zover toenemen, dat H de waarde O D in fig. 5,14 heeft bereikt.
De waarde van H, waarbij $B = O$, overeenkomende met punt D, noemen we de coërcitiefkracht H_c.

We moeten hierbij bedenken dat wij zijn begonnen met de veldsterkte te laten toenemen in een bepaalde richting, die we hebben weergegeven door deze uit te zetten op het rechtergedeelte van de horizontale as. Dit deel van de horizontale as wordt het positieve deel van deze as genoemd, terwijl het gedeelte links van het snijpunt (de oorsprong) der assen, het negatieve deel wordt genoemd.
Eenzelfde afspraak geldt voor de verticale as. het deel boven de horizontale as heet positief en het deel onder de horizontale as wordt het negatieve deel genoemd.

In de figuren hebben we de veldsterkte en de magnetische inductie in positieve richting laten toenemen (de lijn O A). Keert de veldsterkte van richting om, dan moet deze dus negatief worden getekend, dus op het linkerdeel van de horizontale as, waarbij dan tevens de richting van de magnetische inductie negatief, dus langs het onderste deel van de verticale as moet worden getekend.
Laten we nu I (en daarmee $H = I/l$) in dezelfde richting toenemen, dan bereiken we het punt E, waar opnieuw verzadiging optreedt; verdere vergroting van H doet B niet verder toenemen. Verminderen we vervolgens H weer tot nul, dan doorlopen we het gedeelte E F. de remanentie O F in deze richting is praktisch even groot als de remanentie O C in het vorige geval. De ijzeren staaf is weer een permanente magneet geworden, doch met de noord- en de zuidpool verwisseld.

Door nu H (en dus ook I) in de oorspronkelijke richting te laten toenemen, komen we via punt G weer terug in punt A. De verkregen kromme ACDEFGA vormt een lus, die we de magnetiserings-kromme ook wel hysteresislus noemen. De verandering van Φ (en B) blijft achter bij de verandering van I (en H). Dit verschijnsel, waardoor de kromme die het verband tussen B en H aangeeft niet een enkele lijn vormt, doch een gesloten lus is, wordt hysteresis genoemd. Dit woord is afgeleid van een Grieks woord dat "achterblijven" betekent.

Het verband tussen I en Φ hebben we aangegeven door de formule $\Phi = L.I$.
Bevindt zich ijzer in de spoel dan is de zelfinductie van de spoel niet alleen van de afmetingen van de spoel afhankelijk, maar ook van de stroom. We hebben gevonden $L = \mu_0\mu_r \frac{O}{l}$. De zelfinductie L verandert dus op dezelfde wijze als $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$.
Voor grote waarden van H (en I) namelijk als H groter is dan H_6 (in fig. 5,14) is $\frac{B}{\mu_0 H}$ klein.
Bij toenemende verzadiging van het ijzer wordt dus de zelfinductie L van de spoel kleiner.

5,9. wet van Coulomb voor magnetisme.

Reeds eerder is vermeld, dat een magneet een kracht uitoefent op een andere magneet.
Brengen we in het veld van een magneet een tweede magneet, dan zal de noordpool van de tweede magneet zich trachten te bewegen in de richting van de magnetische flux van de eerste magneet.
De kracht die de twee magneten op elkaar uitoefenen, is groter naarmate de magnetische flux van de magneten groter is; de kracht is dus evenredig met de magnetische flux van de magneten.

De kracht is omgekeerd evenredig met de afstand tussen de beide magneten, daar de kracht kleiner wordt naarmate de afstand groter wordt. Bij twee bolvormige magneten, die respectievelijk een flux $ø_1$ en $ø_2$ veroorzaken en op een afstand van a meter zijn geplaatst, is de kracht tussen de beide lichamen uit te rekenen met behulp van de magnetische wet van Coulomb. Deze luidt:

$$K = \frac{ø_1\ ø_2}{4\pi a^2 \mu_0} \quad N.$$

Waarin K in newton, ø in weber en a in meters is uitgedrukt, terwijl $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \frac{Wb}{A.m}$.
Bevindt zich tussen de magneten, die we hiervoor hebben beschouwd een tussenstof met een relatieve permeabiliteitsconstante μ_r, dan wordt de kracht:

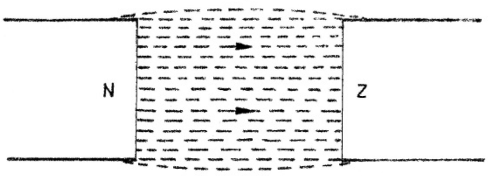
$$K = \frac{ø_1\ ø_2}{4\pi a^2 \mu_0 \mu_r} \quad N.$$

Plaatsen we in een magnetisch veld van een magneet een stukje ijzer, dan zal het magnetisch veld ten gevolge hebben, dat het stukje ijzer gemagnetiseerd wordt. Daar waar de magnetische flux het stukje ijzer binnentreedt, wordt een zuid pool gevormd, terwijl de noordpool wordt gevormd aan het einde waar de flux het ijzer verlaat. Ten gevolge van deze magnetiserende invloed zal zich een aantrekkende kracht ontwikkelen.

Te maken opgaven Th.E. No. 128 t/m 133.
(Oplossingen inleveren).

Het stukje ijzer dat we hebben geplaatst in het magnetische veld van een permanente magneet heeft een grote invloed op het verloop van de flux van de permanente magneet. Dit is een gevolg van de grotere waarde die de relatieve permeabiliteit μ_r van ijzer heeft ten opzichte van lucht.
Naarmate μ_r groter is, zal de flux van de permanente magneet meer worden gewijzigd. Van de betere geleiding die ijzer aan de magnetische flux biedt, vergeleken met lucht, maken we gebruik bij de zogenaamde magnetische afscherming.

Plaatsen we tussen de noord- en zuidpool van een magneet een stukje weekijzer, dan zal het verloop van de magnetische flux een wijziging ondergaan. Vergelijk de figuren 5,15 a en b.



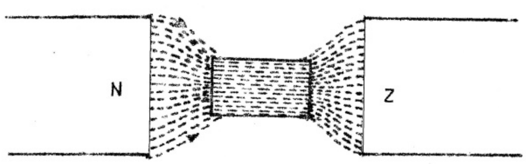


Fig. 5,15 a.
Het verloop van het magnetisch veld bij twee magneetpolen.

Fig. 5,15 b.
Het verloop van het magnetisch veld indien een stukje ijzer in het veld is gebracht.

Zonder ijzer verspreidt de flux zich over de gehele ruimte tussen de polen, terwijl met ijzer de flux als het ware samengebundeld wordt in het ijzer. Buiten het ijzer is de flux nu nog maar zeer zwak.

Het aanbrengen van een weekijzeren ring tussen twee tegengestelde magneetpolen heeft tot gevolg dat zich binnen de ring nagenoeg geen flux voordoet, terwijl deze zich in de ring sterk geconcentreerd heeft. (zie fig. 5,16).

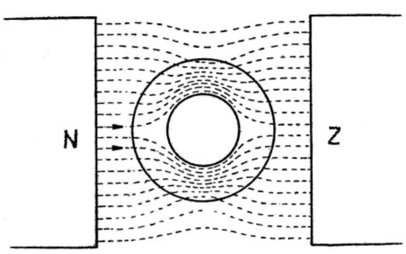


Fig. 5,16. Weekijzeren ring in een magnetisch veld.

5,10. Magnetische veldsterkte rond een stroomvoerende geleider.

Zoals we in 5,3 hebben gezien is het magnetische krachtenveld rond een stroomvoerende rechte geleider voor te stellen door concentrische cirkels met de geleider zelf als middelpunt. Op zo'n krachtlijn is de veldsterkte overal even groot, daar de afstand overal dezelfde is. op een bepaalde afstand van de geleider zal de veldsterkte groter zijn naarmate de stroom groter is.
De veldsterkte in een punt P in de omgeving van een rechte geleider is bepaald door de wet van Biot en Savart. Deze luidt:

$$H = \frac{I.ds}{4\,\pi\,l^2}\ \sin\varphi.$$

In deze uitdrukking is H de veldsterkte in punt P_1 uitgedrukt in A/m.
ds is een zeer klein deeltje van de stroomvoerende geleider (een zg. stroomelementje) uitgedrukt in m.
l_n is de afstand van het punt P tot aan het beschouwde stroomelementje in m en $\sin\varphi$ een gegeven, uitgedrukt in de grootte van de hoek die de verbindingslijn l vormt met de richting van de stroom in de geleider (zie fig. 5,17).

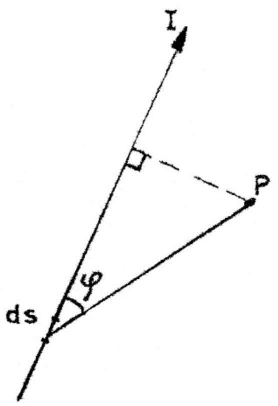


Fig. 5,17. Bepaling veldsterkte in de omgeving van een rechte stroomvoerende geleider.

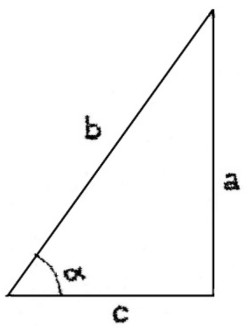


Fig. 5,18. Bepaling sinus van een hoek.

De sinus van een hoek kunnen we het eenvoudigst aangeven in een rechthoekige driehoek (zie fig. 5,18).
In een rechthoekige driehoek is de sinus van een hoek bepaald door de verhouding van de overstaande rechthoekszijde tot de hypotenusa.
Dus in de gegeven figuur is de sinus van hoek α gelijk aan $\frac{a}{b}$.
Afgekort $\sin\alpha = \frac{a}{b}$.
In figuur 5,17 is $\sin\varphi$ dus bepaald door de loodlijn uit P op de stroomvoerende geleider (stippellijn), gedeeld door de lengtelijn *l*. De sinus van een hoek is, evenals alle overige goniometrische functies die we later zullen bespreken, een onbenoemde grootheid, d.w.z. is niet in een of andere eenheid (dimensie) uit te drukken en is dus zonder meer een getallenwaarde.

De richting van de magnetische veldsterkte is dezelfde als die van de magnetische flux, d.w.z. deze richting behoort bij de stroomrichting als een rechtsom draaiende schroefbeweging behoort bij de voortbeweging. De richting van de veldsterkte in fig. 5,17 is dus loodrecht op het vlak van de tekening en naar achteren gericht. Denken we ons de geleider oneindig lang, dan is te bewijzen dat de veldsterkte in een punt P gelijk moet zijn aan:

$$H = \frac{I}{2\,\pi\,l}\ A/m$$

als *l* de afstand is van het punt P tot aan de geleider.

Te maken opgaven Th.E. No. 134 t/m 136.
(Oplossingen inleveren).

We kunnen deze uitdrukking als volgt bepalen. Noemen we de veldsterkte in een punt P van een magnetisch veld van een oneindig lange rechte geleider H en denken we ons, in het punt P de eenheid van elektrische lading geplaatst, dan zal zolang deze lading in rust is, er geen kracht op werkzaam zijn. Wordt de lading echter verplaatst, dan zal er een kracht op werken. immers we hebben een elektrische stroom leren kennen als een verplaatsing van lading. Bewegen we nu de lading tegen de richting van de veldsterkte H in, rond de geleider, dan zal een kracht ten grootte van H aangewend moeten worden om dit te verplaatsen mogelijk te maken. Bewegen we deze lading langs een krachtlijn, dan zal de afgelegde weg $2\,\pi\,l$ zijn als de afstand van P tot de geleider l is. De hierbij verrichte arbeid is (kracht maal weg) $H \times 2\,\pi\,l$. We moeten hierbij bedenken, dat de weg die op deze wijze wordt afgelegd, een cirkelomtrek met de straal l is. De omtrek van een cirkel is bepaald door $2\,\pi$ maal de straal van de cirkel; dus de afgelegde weg is $2\,\pi\,l$ meter.

Daar de veldsterkte evenredig is met de stroomsterkte, is de aan te wenden kracht en dus ook de geleverde energie evenredig met de stroomsterkte I.

We kunnen stellen $H \times 2\,\pi\,l = f.I$, waarin f een evenredigheidsfactor is. Hieruit volgt:

$$H = \frac{f.I}{2\,\pi\,l}.$$

Drukken we wederom I in ampères en l in meters uit, dan is de evenredigheidsfactor $f = 1$.

De veldsterkte in een punt rond een oneindig lange rechte geleider is dus bepaald door:

$$H = \frac{I}{2\,\pi\,l}\ \ A/m.$$

Indien we een stroom sturen door een cirkelvormig gebogen geleider, dan kunnen we de veldsterkte in het middelpunt van de cirkel beepalen.

We veronderstellen dat de toevoerdraden geen noemenswaardige onderbreking van de cirkel ten gevolge hebben. (zie fig. 5,19).

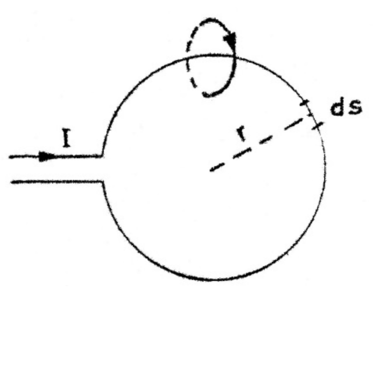


Fig. 5,19. Veldsterkte in het middelpunt van een cirkelvormige stroomvoerende geleider.

Voor elk stroomelementje kunnen we volgens de wet van Biot en Savart schrijven:

$$H = \frac{I\,ds}{4\,\pi\,l^2}\,sin\,\varphi.$$

Alle stroomelementjes bevinden zich op een afstand r (de straal van de cirkel) van het middelpunt.

In plaats van ds kunnen we nu de gehele lengte van de geleider invoeren, dus de omtrek van de cirkel $2\pi r$.

Voor alle stroomelementjes geldt eenzelfde hoek nl. 90°. De sinus van 90° is gelijk 1, dus wordt de veldsterkte:

$$H = \frac{I.2\,\pi\,r}{4\,\pi\,r^2} = \frac{I}{2\,r}\ \ A/m.$$

De veldsterkte is loodrecht op het vlak van de tekening van ons af gericht.

Indien we de stroom niet door één winding, maar door n cirkelvormige windingen sturen, dan zal, als we aannemen, dat de dikte van de windingen tezamen en de lengte van de aldus gevormde spoel klein zijn t.o.v. de straal r van de windingen, de veldsterkte in het middelpunt te berekenen zijn uit:

$$H = \frac{I.n}{2r} \text{ A/m.}$$

De flux wordt nu door een n-maal grotere stroom omvat.
Tevens kan afgeleid worden dat de veldsterkte in het midden van een spoel, waarvan de bewikkelde lengte groot is ten opzichte van de diameter en alle windingen dezelfde diameter hebben, te berekenen is uit:

$H = \frac{I.n}{l}$ A/m waarin l de bewikkelde lengte van de spoel is en n het aantal windingen.

In deze laatste uitdrukking zien we dat de veldsterkte evenredig is met het product $I.n$, ook wel aangeduid met de naam ampèrewindingen.
De breuk $\frac{I\,.\,n}{l}$ geeft dus het aantal ampèrewindingen per meter lengte aan.

Voorbeeld:

Een spoel bestaat uit 400 windingen alle met dezelfde diameter van 10 mm gewikkeld en zonder spatie tussen de windingen. Het gebezigde koperdraad heeft een diameter van 0,8 mm.
De isolatie van de draad heeft 10% toename van de draaddiameter ten gevolge. De stroom door de spoel is 8 mA.

Bereken: 1e De weerstand die de draad bezit.
2e De spanning die nodig is om de stroom van 8 mA door de spoel te zenden.
3e De elektrische energie die in de geleider in warmte wordt omgezet.
4e De veldsterkte in het midden van de spoel.
5e Het aantal ampèrewindingen van deze spoel.

Oplossing:

1. Voor het wikkelen van 1 winding is een draadlengte nodig gelijk aan de omtrek van de winding. Deze is $2\pi r = 2\pi 5.10^{-2} = 0{,}314\ m.$
   Voor 400 windingen is dus nodig: $400 \times 0{,}314 = 125{,}6\ m.$
   De weerstand van de draad is bepaald door:
   $R = \frac{\rho \times l}{d}$. Hierin is $\rho = 1{,}7.10^{-8}\ \Omega\ m,\ l$ de lengte van de draad en d de doorsnede van de koperdraad die bepaald is door $\frac{1}{4}\pi D^2$ (D is diameter koper).

Dus: $R = \frac{1{,}7.10^{-8} \times 125{,}6}{\frac{1}{4}\pi\,.\,64.10^{-8}} = \frac{1{,}7 \times 125{,}6 \times 4}{3{,}14 \times 64} = \frac{1{,}7 \times 40}{16} = \quad R = \frac{1{,}7 \times 4}{2} = \mathbf{4{,}25\ \Omega.}$

2. De benodigde spanning is bepaald door:
   $U = I \times R = 8.10^{-3} \times 4.25 = \mathbf{0{,}034\ V}.$
3. De elektrische energie die in warmte wordt omgezet is:
   $I^2 R = (0{,}008)^2 \times 4{,}25 = 64.10^{-6} \times 4{,}25 = \mathbf{272.10^{-6}\ W}.$

Te maken opgaven Th.E. No. 137 t/m 142.
(Oplossingen inleveren).

4. De veldsterkte in het midden van de spoel kunnen we berekenen uit:

$$H = \frac{I \times n}{l}$$, waarin l de bewikkelde lengte is. Deze bepalen we als volgt:

De 400 koperen draden die naast elkaar komen te liggen nemen een lengte in beslag van $400 \times 8.10^{-4} = 0{,}32\ m$.

Ten gevolge van de isolatie neemt de draaddiameter met 10% toe, dus ook boven berekende lengte. De bewikkelde lengte van de spoel is dus: $0{,}32 + \frac{1}{10} \times 0{,}32 = 0{,}352\ m$.

De veldsterkte is dus: $H = \frac{8.10^{-3} \times 400}{0{,}352} = \frac{3.2}{0{,}352} = \mathbf{9{,}1\ A/m}$.

5. Het aantal ampèrewindingen is: $I \times n = 8.10^{-3} \times 400 = \mathbf{3{,}2\ A.w}$.

5,11. Krachten ten gevolge van een magnetisch veld op stroomvoerende geleiders.

Plaatsen we in een magnetisch veld een stroomvoerende geleider, dan zal op deze geleider een kracht worden uitgeoefend.

De stroom door de geleider wekt een magnetisch veld op dat kan worden voorgesteld door concentrische cirkels. De richting van dit veld kunnen we bepalen door te bedenken dat de richting van het magnetische veld en de richting van de stroom bij elkaar horen als de draai- en voortbewegingsrichting van een rechtse schroef.

In fig. 5,20 is een geleider met een lengte l meter in een homogeen magnetisch veld *B* opgesteld. De stroom in de geleider is van ons af gericht (we zien tegen de achterkant van de pijl aan, aangegeven met een kruisje). Boven de geleider is de richting van de magnetische flux van de geleider dezelfde als die van de homogene flux *B*.

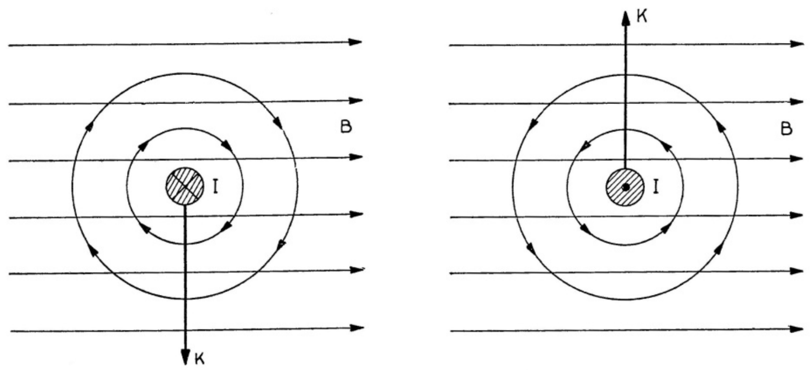


Fig. 5,20 a. Kracht op een stroomvoerende geleider. Stroom naar achteren gericht.

Fig. 5,20 b. Kracht op een stroomvoerende geleider. Stroom naar voren gericht.

Onder de geleider zijn de beide veldrichtingen tegengesteld. Boven de geleider wordt de aanwezige flux dus sterker dan onder de geleider.

De stroomvoerende geleider tracht zich te verplaatsen in de richting van de zwakste flux.

De geleider in fig. 5,20 a zal zich naar beneden bewegen.

In figuur 5,20 b komt de stroom naar ons toe. (we zien tegen de voorkant van de pijl aan; door een stip aangegeven). Het is gemakkelijk in te zien, dat in deze figuur de kracht op de stroomvoerende geleider naar boven is gericht. We kunnen ook de richting van de kracht bepalen met behulp van de zg. linkerhandregel.

Plaatst men de linkerhand zo, dat de flux de palm van de hand binnentreedt, de vingertoppen wijzen in de richting van de stroom, dan geeft de gestrekte duim de richting van de kracht aan.

Deze kracht noemt men de Lorenz-kracht en deze is te berekenen uit:

$$K = B.I.l.\sin\varphi.$$

In deze uitdrukking is B uitgedrukt in $weber/\,m^2$, en d erichtingI in ampere, l in meter en k in newton. φ is de hoek die de stroomrichting vormt met de richting van de magnetische flux en B is de magnetische inductie die op de plaats van de geleider heerst voordat de geleider werd geplaatst (fig. 5,21).

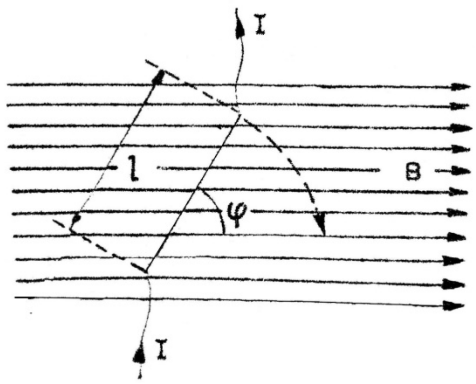


Fig. 5,21. Lorentz-kracht.

De kracht die op de geleider wordt uitgeoefend wordt kleiner, naarmate de hoek tussen stroomrichting en de richting van de homogene flux kleiner wordt. Is de geleider in de richting van de magnetische flux geplaatst, dan zal er geen kracht op worden uitgeoefend. De richting van de magnetische flux van de stroomvoerende geleider is nu loodrecht op de richting van de homogene flux. In dit geval is $\varphi = 0$.

Is de stroomvoerende geleider loodrecht op de richting van de magnetische flux geplaatst ($\varphi = 90°$ dus $\sin\varphi = 1$), dan is de kracht die op de geleider wordt uitgeoefend bepaald door:

$$K = I.l.B \;\; newton$$

5,12. De kracht tussen twee evenwijdige stroomvoerende geleiders.

De kracht die twee evenwijdige stroomvoerende geleiders op elkaar uitoefenen is nu als volgt te bepalen. We noemen de stromen in de geleiders respectievelijk I_1 en I_2, de afstand tussen de geleiders r en de lengte van de geleiders l. De magnetische veldsterkte die de stroom I_2 op de plaats van de geleider met stroom I_1 veroorzaakt is een vlak loodrecht op I_1 is bepaald door:

$H = \frac{I_2}{2\,\pi\,r}$ (zie 5.10)

De magnetische inductie op deze plaats is bepaald door $B = \mu_0 H$, waarbij vacuum of alucht tussen de geleiders is verondersteld. Dus is de magnetische inductie die I_2 op de plaats van I_1 veroorzaakt:

$B = \mu_0\,\frac{I_2}{2\,\pi\,r}.$

Deze waarde voor B ingevuld, is de formule $K = I_1.\,l.\,B$, die eerder vermeld is als de kracht die een stroomvoerende geleider ondervindt van magnetische inductie B. Deze geeft de kracht die twee evenwijdige stroomvoerende geleiders op elkaar uitoefenen. Dus:

$K = \mu_0\,\frac{I_1\,I_2\,l}{2\,\pi\,r}.$

Te maken opgaven Th.E. No. 143 t/m 148. (Oplossingen Inleveren).

Deze kracht is een aantrekkende kracht, indien de stromen in de geleiders dezelfde richting hebben en afstotend, indien de stromen tegengesteld gericht zijn.

5,13. De kracht op een bewegende lading in een magnetisch veld.

Indien we een lading Q met een snelheid van V m/sec loodrecht op de richting van de magnetische flux bewegen, is de kracht die op deze lading wordt uitgeoefend als volgt te bepalen.

We hebben in het voorgaande reeds gezien, dat indien in een geleider 1 coulomb per seconde wordt verplaatst, er een stroomsterkte heerst van 1 ampère. De verplaatsing van 1 coulomb in bv. 5 sec. betekent dan een stroom van 1/5 A. Wordt een lading met een snelheid van V m/sec over een lengte l verplaatst, dan is daar een tijd voor nodig van $\frac{l}{v}$ sec. bij verplaatsing van 1 coulomb is nu dus de stroomsterkte:

$$I = \frac{1\,coulomb}{\frac{l}{v}\,sec} = \frac{v}{l}\,A.$$

Een verplaatsing van een lading Q onder bovenvermelde voorwaarden betekent dus een stroomsterkte: $I = \frac{Q}{l}\,A.$

De verplaatsing van de lading Q met snelheid V m/sec over de afstand van l meter is dus voor te stellen als een stroom:

$I = \frac{Q}{l}\,A.$

Dit gesubstitueerd in de formule $K = I.B.l.$ geeft:

$$K = \frac{Q}{l}\,B.l = Q.B.\ newton.$$

5,14. De kracht op een stroomvoerende winding in een magnetisch veld.

Indien we een stroomvoerende geleider in de vorm van een winding in een magnetisch veld plaatsen, wordt hier eveneens een kracht op uitgeoefend. Voor de eenvoud gaan we uit van een geleider die in de vorm van een rechthoek gebogen is en zo in het magnetisch veld geplaatst is dat het windingsvlak evenwijdig is aan de richting van de flux *B*. we veronderstellen dat de winding om het midden van P draaibaar is (fig. 5,22). In fig. 5,23 is dezelfde winding nogmaals weergegeven echter zodanig dan we boven op de winding zien. Op de horizontale geleiders, waaruit de winding bestaat, wordt geen kracht uitgeoefend daar deze in de richting van de flux geplaatst zijn. Op de verticale geleiders A en B werken nu krachten zoals door de pijlen aangegeven.

De krachten , die op de winding werkzaam zijn, vormen nu een koppel van krachten, hetgeen een draaiing van de winding tot gevolg zal hebben. De grootte van het koppel wordt bepaald door het product van de kracht en de arm (afstand A.B van de krachten); ook wel het moment *M* van het koppel genoemd.

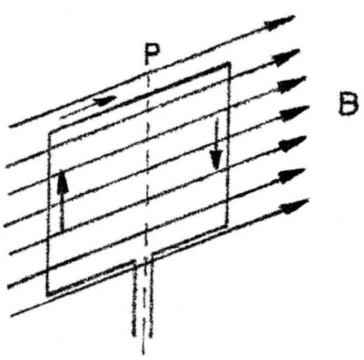


Fig. 5,22. Kracht op een winding in een magnetisch veld.

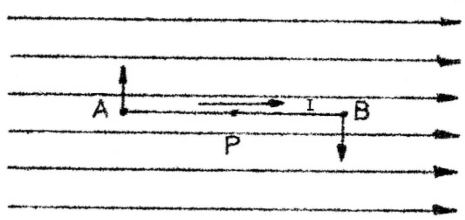


Fig. 5,23. Dezelfde winding als in fig. 5,22 echter van boven gezien.

De kracht op elke verticale geleider is $K = I.l.B$, als de lengte van de verticale geleiders l meter is.
Het werkzame koppel is dan:

$M = I.l.B.b$ waarin b de afstand AB, ofwel de breedte van de winding uitgedrukt is in m, l de lengte eveneens in m, I in ampères, B in weber/m^2, terwijl M uitgedrukt is in newton meter.

Daar $l \times b$ in bovenstaande formule de oppervlakte O van de winding aangeeft, kunnen we ook schrijven: $M = I.B.O$ waarin O uitgedrukt is in m^2.
Bestaat de geleider uit een aantal windingen waarbij alle windingen dezelfde afmetingen hebben, dan zijn de krachten op de verticale geleiders, indien we n windingen veronderstellen, n-maal zo groot. Het moment van het koppel is nu:

$$M = I.B.n.O \quad N.m.$$

Uit het voorgaande volgt dus, dat het moment evenredig is met het oppervlak van de windingen. Onder invloed van het moment zal de winding zich zo trachten te verplaatsen, dat deze een zo groot mogelijk deel van het magnetisch veld omvat en wel zodanig, dat de stroomrichting in de winding past bij de richting van het magnetisch veld, als de draairichting en voortplantingsrichting behoren bij een rechtse schroef.

Voorbeeld:

Een rechthoekig raam, dat doorlopen wordt door een stroom van 0,2 A, wordt draaibaar opgesteld in een homogeen magnetisch veld met een inductie van $5.10^{-4}\ Wb/m^2$.
De lengte van het raam is 40 cm en het aantal windingen is 12.
Hoe groot moet de breedte van het raam zijn opdat dit een moment ondervindt van $10^{-4}\ Nm$?

Oplossing:

Het moment is bepaald door:

$M = I.B.n.O\ \ of\ \ M = I.B.n.l.b.$

Hieruit moet b berekend worden. we delen daartoe aan beide zijden van het = -teken door $I.B.n.l$.
Dit geeft:

$$b = \frac{M}{I.B.n.l}.$$

Dus: $b = \frac{10^{-4}}{0{,}2 \times 5.10^{-4} \times 12 \times 0{,}4} = \frac{1}{4{,}8}\ m.$

Dit wordt in cm: $b = \frac{100}{4{,}8} = \boldsymbol{20{,}8\ cm}$.

Te maken opgaven Th.E. No. 149 t/m 151.
(Oplossingen inleveren).

5,15. Inductie, wet van Faraday.

In fig. 5,24 zijn twee geleiders AB en CD opgesteld. De geleider AB is opgenomen in een keten met een spanningsbron U_0 en een schakelaar. De geleider CD is opgenomen in een keten met een gevoelige stroommeter. Deze meter heeft het nulpunt van de schaalverdeling in het midden, zodat de wijzer, afhankelijk van de stroomrichting naar links of naar rechts kan uitslaan. In de keten , waarin CD voorkomt, is geen spanningsbron opgenomen.

Zodra de schakelaar gesloten wordt, zal in de keten AB een stroom gaan vloeien, die een waarde I zal bereiken die uit de wet van Ohm valt af te leiden. Direct na het sluiten van de schakelaar zal de stroom dus van nul tot de waarde *I* aangroeien. Voor dit aangroeien van de stroom van nul tot de waarde *I*, is een zekere, zij het in het algemeen, een zeer korte tijd nodig. Gedurende de tijd dat de stroom aangroeit, zal eveneens het magnetisch veld dat bij deze stroom behoort, aangroeien.
Heeft de stroom de bovengenoemde waarde I bereikt, dan is dit een constante stroom geworden en dan zal eveneens het magnetisch veld een constante waarde verkregen hebben.
In de schakeling volgens fig. 5,24 nemen we nu het volgende waar:

Direct na het sluiten van de schakelaar in de keten AB zien we de stroommeter uitslaan, om direct daarna weer in de nulstand terug te keren. Dit stroompje in de keten CD is het gevolg van een spanning die in deze keten werkzaam is gedurende de tijd dat de stroom en het magnetisch veld van de keten AB aangroeien. Zodra de stroom en dus ook het magnetischt veld de maximale waarde bereikt hebben, (dit wil zeggen: dat er geen verandering in de keten AB meer optreedt) valt de wijzer van de stroommeter weer terug op nul.

Indien we daarna keten AB verbreken, zien we de wijzer van de stroommeter weer uitslaan, echter de andere kant op als bij het sluiten van de schakelaar het geval was. Onmiddellijk daarna neemt de wijzer de nulstand weer in. Gedurende het verbreken van de schakelaar zal de stroom en dus ook het magnetisch veld afnemen tot nul.
Er treedt in keten AB weer een verandering op, echter tegengesteld aan die bij het sluiten van de schakelaar.
Deze verandering heeft ook een spanning in de keten CD ten gevolge tegengesteld aan die bij het sluiten van de schakelaar.

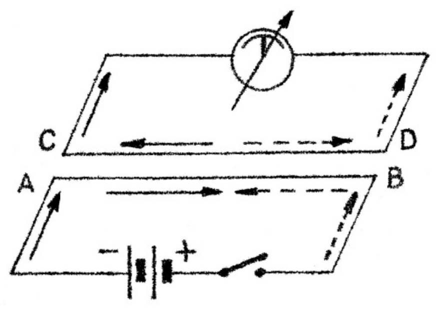


Fig.5,24. Inductie in CD ten gevolge van stroomverandering in AB.

Dit verschijnsel noemt men inductie en de spanning die hierbij ontstaat de <u>emk van inductie.</u> Gedurende het <u>aangroeien</u> van de stroom en het magnetisch veld van geleider AB ontstaat in CD een emk van inductie <u>tegengesteld</u> aan de stroomrichting in AB (zie in fig. 5,24 getrokken pijlen).
Indien de stroom in het magnetisch veld in AB <u>afnemen</u>, heeft de emk van inductie in CD <u>dezelfde richting</u> als de stroom van AB (zie in fig. 5,24 gestippelde pijlen).

We zien dat alleen dan een emk van inductie ontstaat, als er van een verandering sprake is. De richting van de emk is zodanig, dat deze de verandering die optreedt, tegenwerkt - of anders gezegd - de bestaande toestand tracht te bestendigen. Nemen stroom en magnetisch veld toe, dan zal de emk van inductie deze toename tegenwerken. Bij afname van de stroom zal de emk van inductie de afname tegenwerken, dus de bestaande stroom ondersteunen door in dezelfde richting te gaan werken. Daar de geleiders geen "verbinding" met elkaar hebben, zal het duidelijk zijn dat deze inductiewerking wordt veroorzaakt door het veranderend magnetisch veld. De emk van inductie is dus afhankelijk van de verandering in de magnetische flux die door de geleider wordt omvat. Er zal dus ook een emk van inductie ontstaan indien men, terwijl door de geleider AB (fig. 5,24) een constante stroom voert, de geleider CD verplaatst ten opzichte van de stroomvoerende geleider AB. Hierdoor verandert ook de door CD omvatte flux en dit moet dus een emk van inductie ten gevolge hebben. Bewegen we CD naar AB toe, dan wordt in CD een spanning geïnduceerd tegengesteld aan de stroomrichting in AB. (de omvatte flux neemt toe). Als geleider CD van AB verwijderd wordt, dan zal de omvatte flux afnemen en een emk van inductie in dezelfde richting als de stroom in AB ontstaan.

De grootte van de emk van inductie is afhankelijk van de snelheid waarmee de omvatte flux verandert. Naarmate de stroom in de geleider AB sneller aangroeit of afneemt, zal de emk van inductie groter zijn. Indien de stroom in AB constant is, zal de emk van inductie in CD groter zijn naarmate deze geleider sneller verplaatst wordt.

Door Faraday is de volgende wet vastgesteld:

De grootte van de opgewekte emk van inductie is recht evenredig met de snelheid van verandering van de magnetische flux en de richting van de emk van inductie is bepaald door het toe- of afnemen van de magnetische flux.

De wet van Faraday in formule vorm:

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Hierin is U in volts, Φ in weber, of volt.sec, en t in seconden uitgedrukt.
De aanduiding $d\Phi$ wordt gebruikt om een verandering van de flux aan te duiden. Als de flux Φ toeneemt van 1½ tot 2½ Wb, dan is $d\Phi$ gelijk aan 1 weber. Met dt wordt het tijdvakje aangeduid, gedurende welke de fluxverandering plaatsvindt. $\frac{d\Phi}{dt}$ geeft dus de snelheid van de fluxverandering weer. Het minteken duidt er op, dat de emk van inductie een zodanige richting heeft dat deze de verandering $d\Phi$ tegenwerkt.

5,16. Zelfinductie.

In het voorgaande hebben we gezien, dat een veranderend magnetisch veld invloed uitoefent op een andere geleider. Dit veranderende magnetisch veld zal eveneens een invloed uitoefenen op de geleider waaruit dit veranderend magnetisch veld voortkomt. Zodra in een geleider een stroom-verandering plaatsvindt, zal het veranderende magnetisch veld een emk van inductie in dezelfde geleider tot gevolg hebben. Deze emk van inductie, meestal emk van zelfinductie genoemd, zal ook de stroomveranderingen tegenwerken. De grootte van de emk van zelfinductie is ook nu weer bepaald door de wet van Faraday.

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}\ volt.$$

Het verband tussen de totale flux, die een stroom in een geleider tot gevolg heeft en de stroom, is bepaald door $\Phi = L.I$, waarin L de zelfinductie van de geleider is, uitgedrukt in:

$$\frac{\text{weber}}{\text{Amp.}} \quad \text{of} \quad \frac{\text{voltsec}}{\text{A}} \quad \text{of} \quad \text{henry.}$$

Indien dus een fluxverandering $d\Phi$ wordt veroorzaakt door een stroomverandering dI, dan mogen we ook schrijven:

$$d\Phi = L.dI.$$

Hiermee wordt de opgewekte emk van inductie:

$$U = -L\frac{dI}{dt}\ volt.$$

De zelfinductie van een geleider is nu ook als volgt te definiëren:

De zelfinductie van een geleider is de verhouding tussen de emk van zelfinductie en de stroomverandering per tijdseenheid.
Een geleider heeft de eenheid van zelfinductie, 1 henry, als een stroomverandering van 1 ampère per seconde in die geleider een emk van zelfinductie van 1 volt ten gevolge heeft.

De zelfinductie is afhankelijk van de vorm van de geleider, er zal dus voor elke andere vorm van een geleider een andere zelfinductie optreden.

Van een cirkelvormige gebogen draad hebben we in 5,10 reeds bepaald dat de magnetische veldsterkte in het middelpunt van de winding gelijk was aan:

$$H = \frac{I}{2r}, \text{waarin r de straal van de winding is.}$$

Veronderstellen we het magnetisch veld in de winding homogeen, dan is de magnetische flux te berekenen uit: $\Phi = B.O$ en $B = \mu_0.H$ indien we de spoel in lucht opgesteld denken.

Nu is dus $B = \mu_0 \frac{I}{2r}$ en $\Phi = \mu_0 \frac{I}{2r} O = \mu_0 \frac{I}{2r} \pi r^2 = \frac{\mu_0 . \pi . I . r}{2}$.

(De oppervlakte van de cirkel die de winding insluit is πr^2.)

Daar $L = \frac{\Phi}{I}$, is de zelfinductie van deze enkele winding $L = \frac{\mu_0 . \pi . r}{2}\ henry.$

Is binnen de winding een magnetisch materiaal met een relatieve permeabiliteit μ_r opgenomen, dan wordt $L = \mu_r . \mu_0 \frac{\pi r}{2}\ henry.$

Veronderstellen we een spoel bestaande uit n windingen, maar zodanig van vorm dat alle windingen dezelfde straal hebben en dat de straal van de windingen groot is ten opzichte van de dikte en lengte van de windingen tezamen, dan mogen we met enige benadering in het middelpunt van de windingen een veldsterkte aannemen die voldoet aan:

$H = \frac{I.n}{2r}$ $(zie\ 5.10)$. We moeten echter wel bedenken dat de magnetische flux nu door n windingen omvat wordt. Alle windingen voeren de stroomsterkte I. de flux wordt nu bij een homogeen veld $\Phi = n.B.O$

en $B = \mu_0 \frac{In}{2r}$ als de spoel wederom in lucht is opgesteld.

$$\Phi = n.\mu_0 \frac{I.n}{2r} \pi r^2 = \frac{\mu_0 . \pi . r . n^2}{2} I.$$

Dus wordt: $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 . \pi . r . n^2}{2}\ henry.$

Is de spoelkoker gevuld met materiaal met een relatieve permeabiliteit μ_r dan is:

$$L = \mu_r \, \mu_0 \, \frac{\pi \, r \, n^2}{2} \; henry.$$

Vervangen we in deze uitdrukking μ_0 door $4 \, \pi \, 10^{-7}$ en r door ½ d, als d de diameter van de spoel is, dan geeft dit:

$$L = \mu_r \, \frac{4 \, .\pi. 10^{-7} \pi .1/2 \, d. n^2}{2} = \qquad L = \mu_r . \pi .^2 \, . d. n^2 . 10^{-7} \, H.$$

Nemen we tenslotte een spoel die uit n windingen bestaat en waarvan de lengte groot is ten opzichte van de straal, dan is de veldsterkte volgens 5.10:

$H = \dfrac{I. n}{l}$, waarin l de lengte van de spoel is. Bij homogeen verondersteld veld is de zelfinductie:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{n. B. O}{I} = \frac{n. \mu_0 . I. n}{I \times l} \, O = \frac{\mu_0 . n^2 . \pi . r^2}{l} \; henry.$$

Vervangen we $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ en $r = 1/2 \; d$, als d de diameter van de winding is, dan wordt de uitdrukking voor L:

$$L = \frac{4 \, \pi \, 10^{-7} \, n^2 \, \frac{1}{4} \, d^2}{l} = \frac{\pi^2 \, d^2 \, n^2}{l} \, 10^{-7} \; henry.$$

Bij aanwezigheid van magnetisch materiaal wordt de zelfinductie:

$$L = \frac{\mu_r \, \pi^2 d^2 \, n^2}{l} \, 10^{-7} \; henry.$$

<u>Voorbeeld:</u>

Een spoel bestaat uit 500 windingen met een diameter van 4 cm. De draaddiameter is , inclusief de isolatie, 0,8 mm. de stroom in de spoel neemt $\frac{1}{10^4}$ sec. toe van nul tot 1 A. De windingen zijn in één laag zonder spatie gelegd.

a. Hoe groot is de emk van zelfinductie die in deze spoel wordt opgewekt?

b. Hoe groot zou de emk van zelfinductie zijn, indien de stroom in $\frac{2}{10^4}$ sec. van 3 tot 1 A afneemt?

c. Welk verschil merkt u tussen de emk's volgens a en b op?

<u>Oplossing:</u>

We berekenen eerst de zelfinductie van de spoel. $(\mu_r = 1)$

De bewikkelde lengte van de spoel is:

$500 \times 0{,}8 = 400 \; mm = 0{,}4 \; m.$

Deze is groot ten opzichte van de diameter, dus kunnen we voor de berekening van L gebruiken de formule:

$$L = \frac{\pi^2 \, d^2 \, n^2}{l} \, 10^{-7} \; H.$$

$$L = \frac{10 \times 16. 10^{-4} \times 25. 10^4}{4. 10^{-1}} \, 10^{-7} = \frac{400 \times 10^{-6}}{4. 10^{-1}} = 10^{-3} \; H.$$

Te maken opgaven Th.E. No. 152 t/m 154.
(Oplossingen inleveren).

a. De emk van zelfinductie volgt nu uit:

$$U = -L\frac{dI}{dt} = -10^{-3}\frac{2}{\frac{2}{10^4}} = \boldsymbol{-10\ volt}.$$

b. Nu is de emk van zelfinductie:

$$U = -L\frac{dI}{dt} = -10^{-3}\frac{-2}{\frac{2}{10^4}} = \boldsymbol{10\ volt}.$$

Daar de stroom nu afneemt, plaatsen we voor de stroomverandering *dI* nu een minteken, dus $-2\ A$.

c. **In geval a was de emk van zelfinductie – 10 volt. het minteken geeft aan dat de emk een richting heeft tegengesteld aan de stroomrichting.**
In geval b is de emk van zelfinductie 10 volt, d.w.z. deze treedt in dezelfde richting op als waarin de stroom vloeit.
De beide spanningen hebben dus tegengestelde richting, echter de grootte van de spanning is in beide gevallen gelijk.

5,17. Energie in het magnetisch veld.

We sturen door een spoel een stroom, die in een tijdvak van t seconden aangroeit van nul tot I ampère. Gedurende deze tijd zal in de spoel een emk van zelfinductie worden opgewekt die bepaald is door: $U = -L\frac{dI}{dt}$. Daar we echter uitgaan van de gedachte dat de stroom door de spoel gedurende het tijdvakje t regelmatig aangroeit, kunnen we de emk van zelfinductie ook bepaald denken door: $U = -L\frac{I}{t}$ (zie fig. 5,25).

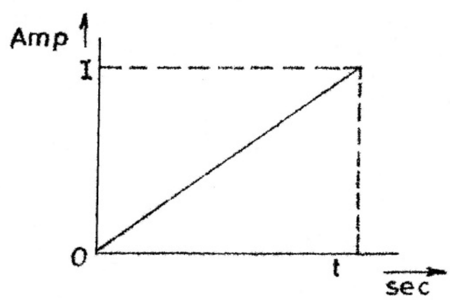


Fig. 5,25. Stroom die in t seconden aangroeit van nul tot I ampère.

Indien we aannemen dat de draad waarmee de spoel gewikkeld is een zo kleine weerstand bezit, dat deze verwaarloosd kan worden, dan zal een aangelegde spanning aanwezig moeten zijn om de emk van zelfinductie op te heffen, die bepaald is door:

$$U_0 = L\,\frac{I}{t}\,.$$

De toenemende stroom, van nul tot I ampère, kunnen we vervangen door de gemiddelde stroomwaarde ½ *I* gedurende t seconden.
De energie die de krachtbron moet leveren is bepaald door het product van stroom en spanning, dus: $W = ½\, I \times U_0 \times t\ joule$.
Daar $U_0 = L\frac{I}{t}$ wordt dit: $W = ½.I.L.\frac{I}{t}.t = ½\, L\, I^2\ joule$, waarin L in henry, I in ampère en W in joules is uitgedrukt.

Uit het voorgaande weten we dat $\Phi = L.I$, dus de uitdrukking voor de energie wordt:

$$W = ½.\Phi.I.\ joules\ met\ I = \frac{\Phi}{L}$$

$$W = \frac{½.\Phi^2}{L}\ joules\ (\Phi\ in\ weber).$$

Deze energie, die niet besteed wordt aan warmte-ontwikkeling in de weerstand van de geleider, want die hebben we verwaarloosd, wordt opgenomen in het magnetisch veld van de spoel.
Deze energie is niet verloren. Indien de stroom ophoudt te vloeien, houdt tegelijkertijd ook het magnetisch veld op te bestaan en komt de daarin opgenomen energie weer terug in de keten.

5,18. Krachten tussen twee vlakke magneetpolen.

Zoals in fig. 5,26 is aangegeven plaatsen we twee spoelen, waarvan de lengte groot is t.o.v. de diameter en die op dezelfde wijze zijn gewikkeld, op enige afstand in elkaars verlengde. We sturen door beide spoelen dezelfde stroom. Tussen de beide spoelen zal zich een homogeen magnetisch veld ontwikkelen, dat uit de ene spoel (noordpool) de andere spoel binnentreedt (zuidpool). De twee spoelen zullen elkaar aantrekken. We veronderstellen een der spoelen zodanig beweeglijk opgesteld, dat gewicht daarvan niet van invloed is. De energie die in het magnetisch veld van beide spoelen is opgehoopt is: $W = ½.L.I^2$ joules. (L is de zelfinductie van beide spoelen gezamenlijk). Met $\Phi = L.I$ en $I = H \times l$ wordt de formule voor de energie $W = ½.\Phi.H.l$, waarin l de lengte is die voor beide spoelen gezamenlijk in rekening moet worden gebracht. Wordt nu ten gevolge van de heersende aantrekkende kracht de afstand der spoelen kleiner, dus l kleiner met een bedrag l' dan is de verrichte arbeid: $½.H.\Phi.l'$.

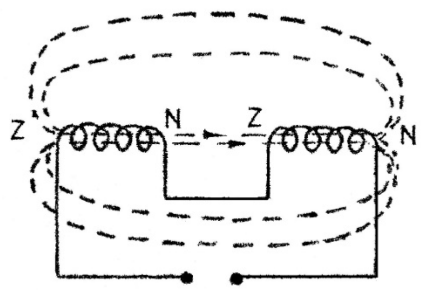


Fig. 5,26. Krachten tussen twee magneetpolen

Deze arbeid is weer op te vatten als het product van kracht en weg. Daar de weg waarover de verplaatsing tot stand komt l' is, moet de kracht tussen beide einden van de spoelen zijn:

$$K = ½.\Phi.H.newton.$$

Met $\Phi = B.O$ wordt dit:

$$K = ½.B.O.H.newton.$$

En daar $B = \mu_0.H$, dus $\Phi = \mu_0.H.O$ is $H = \frac{\Phi}{\mu_0.O}$ en wordt de uitdrukking voor de kracht:

$K = ½\frac{\Phi^2}{\mu_0.O}\ newton.$ (Φ in weber, H in Amp/m, B in $\mathrm{Wb/m^2}$ en O in $\mathrm{m^2}$ uitgedrukt).

Bovenstaande formules voor de kracht tussen twee spoelen gelden ook voor twee ijzeren magneten die in elkaars verlengde, met vlakke polen tegenover elkaar, zijn opgesteld. Tussen de beide polen vormt zich eveneens een magnetische flux, die bovengenoemde kracht veroorzaakt.
Men kan zich hiervan een duidelijk beeld vormen, indien men in de beide spoelen, waarvoor bovenstaande berekening is gemaakt, ijzeren kernen geplaatst denkt. Echter zal nu wel de relatieve permeabliteit van het ijzer in rekening moeten worden gebracht.

Te maken opgaven Th.E. No. 155 t/m 163.
In de volgende week te maken opgaven Th.E. 164 t/m 170. Oplossingen inleveren.